

## Modelo Semi-empírico para Obtenção do Coeficiente de Reoxigenação Superficial em Canais Hidráulicos

### *Semi-empirical Model for Obtaining the Coefficient of Surface Water Reoxygenation in Hydraulic Channels*

Daniel Jadyr Leite Costa<sup>1</sup>, Julio Cesar de Souza Inácio Gonçalves<sup>2</sup>, Rodrigo de Melo Porto<sup>3</sup> e Marcius F. Giorgetti<sup>4</sup>

<sup>1,2</sup>Departamento de Engenharia Ambiental - Universidade Federal do Triângulo Mineiro (UFTM)

daniel.costa@icte.uftm.edu.br, julio@icte.uftm.edu.br

<sup>3,4</sup>Departamento de Hidráulica e Saneamento - Escola de Engenharia de São Carlos/Universidade de São Paulo (EESC-USP)

rodrigo@sc.usp.br, marciusg@sc.usp.br

Recebido: 29/11/13 - Revisado: 29/04/14 - Aceito: 27/08/14

### **RESUMO:**

O processo de transferência de oxigênio através da interface ar-água em escoamentos com superfície livre pode ser numericamente representado pelo coeficiente de reoxigenação superficial,  $K_2$ . Existem muitas equações preditivas empíricas na literatura científica para a estimativa desse coeficiente que consideram apenas dois parâmetros hidráulicos do corpo de água, como a velocidade e a profundidade do escoamento. Alguns estudos demonstram que 14 parâmetros são importantes no processo de transferência de oxigênio através da interface ar-água. Devido à consideração de apenas esses dois parâmetros, é comum que as equações preditivas disponíveis na literatura apresentem resultados bastante diferentes para as mesmas condições hidráulicas. Esse trabalho visa contribuir com a obtenção de dados para estudos que envolvem o processo de reoxigenação, incluindo mais um parâmetro na análise: a rugosidade do leito do canal. Foi realizado um estudo da influência da velocidade, da profundidade e da rugosidade do leito de um canal hidráulico em escoamentos, sobre o  $K_2$ , com o objetivo de desenvolver um modelo preditivo semi-empírico. Foi utilizado um canal hidráulico com recirculação para simular o processo de reoxigenação em corpos de água. Os resultados demonstram que, para determinada faixa de valores, a rugosidade do leito interfere significativamente no processo de reoxigenação. O modelo desenvolvido pode ser utilizado para a previsão do  $K_2$  em escoamentos com características hidrodinâmicas e geométricas semelhantes às estabelecidas nessa pesquisa.

**Palavras Chave:** Transferência de oxigênio. Canal hidráulico. Modelo preditivo.

### **ABSTRACT:**

The oxygen transfer process through the air-water interface in free surface flows can be numerically quantified by the coefficient of surface reoxygenation  $K_2$ . There are many empirical predictive equations in the scientific literature that consider only two water body hydraulic parameters, such as flow velocity and depth. Some studies have demonstrated that 14 parameters are important in the oxygen transfer process through the air-water interface. Since only two parameters were considered, the predictive equations available in the literature commonly predict very different results for the same hydraulic conditions. The present work aims at the generation of new data in order to contribute to the understanding of the reoxygenation process, including one more parameter in the analysis: channel bed roughness. The study of the influence of the water velocity, depth and roughness in hydraulic channel flows on  $K_2$  was performed aiming at developing a predictive semi-empirical model. A hydraulic recirculating channel was used to simulate the reoxygenation process in water bodies. The results show that, for a certain range of values, the roughness of the bed significantly interferes in the reoxygenation process. The model developed can be used to predict the  $K_2$  in flows with the same hydrodynamic and geometric characteristics established in this study.

**Keywords:** Oxygen transfer. Hydraulic channel. Predictive model.

## INTRODUÇÃO

A disponibilidade de água nas bacias hidrográficas para atendimento dos usos múltiplos depende das características de qualidade e quantidade de água presente no corpo hídrico. Esses dois fatores devem ser analisados de forma integrada, pois a defasagem de um deles ocasiona repercussões negativas ao outro. Bacias hidrográficas com adequada quantidade de águas para atendimento de seus usuários podem tornar seus recursos hídricos indisponíveis caso não sejam atendidos os níveis de qualidade desejados.

Quando utilizados como receptores de despejos domésticos ou industriais, os corpos de água passam por alterações de sua qualidade no decorrer do tempo e do espaço. A oxidação ou assimilação desses compostos pelo corpo receptor dependerá da capacidade de autodepuração do mesmo, sendo esta uma característica intrínseca de cada corpo de água. A fenomenologia do processo de autodepuração de corpos de água é atualmente bastante conhecida (CHAPRA, 2011; COSTA; TEIXEIRA, 2010; EDELINE; LAMBERT, 1974; GASTALDINI; OPPA, 2011; GONÇALVES; GIORGETTI, 2013; LOUZADA; REIS; MENDONÇA, 2013; O'CONNOR, 1967; SARDINHA et al., 2008; STREETER-PHELPS, 1925).

O primeiro modelo matemático que incorporou o comportamento das variáveis oxigênio dissolvido e demanda bioquímica de oxigênio, após um lançamento pontual de matéria orgânica, foi proposto em 1925, pelo engenheiro sanitário H. W. Streeter e consultor E. B. Phelps do Serviço Público de Saúde dos Estados Unidos da América (United States Public Health Service), em um estudo realizado no Rio Ohio. Esse rio caracteriza-se como importante fonte de abastecimento público de água e como um dos principais tributários da Bacia do Rio Mississippi (STREETER; PHELPS, 1925).

O modelo de Streeter-Phelps une em um mesmo equacionamento dois mecanismos primários que governam a concentração de oxigênio dissolvido (OD) em um corpo de água receptor: a decomposição da matéria orgânica e a reoxigenação. Deste modo o modelo pode ser usado como ferramenta de previsão da concentração de oxigênio dissolvido após lançamentos pontuais e difusos de matéria orgânica em cursos de água e estuários (CHAPRA, 1997). O fenômeno da reoxigenação superficial pode ser representado numericamente pelo coeficiente de reoxigenação ( $K_2$ ).

Por meio de um método estocástico, Costa e Teixeira (2011) realizaram uma análise de incerteza na solução analítica obtida por Streeter e Phelps (1925), para um evento de lançamento pontual permanente de efluente industrial no Ribeirão do Ouro, Araraquara-SP, com objetivo de determinar a variável mais sensível do modelo. Os autores chegaram à conclusão de que o  $K_2$ , depois da vazão média do rio é o coeficiente mais importante em um estudo de autodepuração devido a sua significativa interferência na criação de cenários futuros de poluição hídrica.

Por conseguinte, se em um estudo de autodepuração o  $K_2$  não for determinado com precisão, poderá haver dois problemas, um de ordem ambiental e outro de ordem econômica. Se o  $K_2$  for superestimado, o corpo de água será considerado com potencial de autodepuração acima da realidade, podendo

haver um quadro de poluição inesperado. Por outro lado, se o  $K_2$  for subestimado, o prejuízo poderá ser de ordem econômica, pois os investimentos em tecnologia para tratamento de águas residuárias deverão ser acima do exigido pela legislação naquele momento.

Muitos estudos científicos são direcionados para o entendimento dos princípios básicos do processo de reoxigenação superficial, fenômeno em que ocorre a transferência de oxigênio através da interface ar-água em um escoamento (ARISTEGI; IZAGIRRE; ELOSEGI, 2009; BENNETT; RATHBUN, 1972; BICUDO; JAMES, 1989; FORMENTINI; GASTALDINI, 2010; GONÇALVES et al., 2013; JANZEN; SCHULZ; JIRKA, 2006; JANZEN et al., 2010; MCBRIDE; CHAPRA, 2005; MOOG; JIRKA, 1999; MORSE et al., 2007; THACKSTON; KRENKEL, 1969).

Um dos métodos atuais mais precisos para se determinar o  $K_2$  é através da aplicação de traçadores gasosos, porém, seu uso exige a formação de uma equipe especializada e os custos da aquisição de materiais, análises de campo e laboratorial são significativos, o que causa restrições em sua aplicação. É por esse motivo que muitas vezes a determinação do  $K_2$  em estudos de autodepuração é realizada considerando-se as equações preditivas empíricas de Bennett e Rathbun (1972), Churchill, Buckingham e Elmore (1962), O'Connor e Dobbins (1958), Owens, Edwards e Gibbs (1964), e outras.

Entretanto, o uso dessas equações deve ser realizado com cautela, pois elas consideram apenas duas características do corpo de água: a velocidade média do escoamento e a profundidade da lâmina de água. Como consequência, é comum a obtenção de resultados significativamente diferentes para as mesmas condições hidráulicas, conforme demonstrado por USEPA (1985).

A partir dessas considerações, Melching e Flores (1999) apresentaram alguns parâmetros que devem ser considerados ao se realizar estudos que envolvem a determinação do  $K_2$ , sendo eles: profundidade principal ( $H$ ), velocidade ( $U$ ), largura superficial ( $W$ ), fator de forma da seção transversal ( $\psi$ ), número de Froude ( $F_r$ ), aceleração gravitacional ( $g$ ), declividade ( $i$ ), velocidade de cisalhamento ( $v^*$ ), vazão ( $Q$ ), viscosidade cinemática ( $\nu$ ), coeficiente de difusão molecular ( $D_m$ ), tensão superficial da água ( $T_s$ ), taxa de dissipação de energia por unidade de massa ( $gvi$ ) e coeficiente de rugosidade ( $nn$ ). Sendo assim, o  $K_2$  pode ser representado pela seguinte expressão

$$K_2 = f[H, U, W, \psi, F_r, g, i, v^*, Q, \nu, D_m, T_s, n] \quad (1)$$

Gualtieri, Gualtieri e Dria (2002) realizaram uma investigação sobre o processo de transferência de massa na interface ar-água baseada em análise dimensional, e demonstram que o coeficiente de reoxigenação superficial adimensional ( $K_{2ND}$ ) é proporcional a seguinte relação

$$K_{2ND} = f[F_r, i, R_e, S_h, W_e, S] \quad (2)$$

De acordo com a Equação (1), além da velocidade média do escoamento e da profundidade da lâmina de água, outros 12 parâmetros influenciam na determinação do coeficiente de reoxigenação superficial. Verifica-se ainda que o coeficiente de reoxigenação superficial adimensional é uma função dos parâmetros adimensionais de Froude ( $F_r$ ), inclinação ( $i$ ), Reynolds ( $R_e$ ), Sherwood ( $S_h$ ), Weber ( $W_e$ ) e rugosidade relativa ( $S$ ) (Equação 2).

Considerando-se a análise realizada por Gualtieri, Gualtieri e Doria (2002), justifica-se o motivo das divergências obtidas na determinação do  $K_2$  se utilizadas as mesmas condições hidráulicas dos escoamentos, quando se faz uso das equações preditivas empíricas supracitadas.

De acordo com Brumley e Jirka (1987), entre os principais mecanismos que interferem na interface ar-água encontra-se a turbulência decorrente das tensões cisalhantes geradas junto ao fundo dos escoamentos.

Como as tensões cisalhantes estão relacionadas com a rugosidade do leito, este trabalho teve como objetivo desenvolver um modelo preditivo semi-empírico, para obtenção do  $K_2$ , considerando a rugosidade do leito. Sendo assim, foram utilizados na análise dois parâmetros comumente encontrados na literatura científica os quais são a velocidade média do escoamento ( $U$ ) e a profundidade da lâmina de água ( $H$ ), e outro parâmetro que é a rugosidade do leito ( $n$ ).

Os modelos preditivos clássicos disponíveis na literatura científica como Churchill, Buckingham e Elmore (1962) e O'Connor e Dobbins (1958) e similares, não são adequados para a determinação do  $K_2$  nos escoamentos desse trabalho, pois ignoram a influência da rugosidade sobre o escoamento.

## MATERIAL E MÉTODOS

### Canal Hidráulico com Recirculação

O canal utilizado possui um circuito hidráulico fechado devido à recirculação ocasionada por meio de um conjunto motor-bomba de 5hp. O equipamento foi construído em chapa de ferro com acabamento de pintura automotiva azul, possui 6m de comprimento e seção transversal retangular de dimensões 0,20m x 0,30m, largura e altura, respectivamente.

A declividade do fundo foi controlada a partir de um volante de nível, localizado próximo à montante da calha. A velocidade do escoamento foi variada a partir de ajuste na rotação do rotor da bomba, por meio de um inversor de frequência instalado no sistema. A variação da profundidade da lâmina de água foi realizada em função do volume de água adicionado ao sistema.

A variação da rugosidade do leito foi ocasionada por elementos rugosos dispostos transversalmente ao escoamento. Para possibilitar uma análise comparativa com outros estudos que também consideraram a influência da rugosidade no comportamento hidrodinâmico dos escoamentos (ADACHI, 1964; KNIGHT; MACDONALD, 1979; SAYRE; ALBERTSON, 1963), foi adotado um parâmetro adimensional no desenvolvimento do modelo matemático que considera duas características in-

trínsecas aos elementos rugosos: a altura ( $e$ ) e o distanciamento entre eles ( $\lambda$ ). Assim, a relação  $\frac{\lambda}{e}$  representa o espaço relativo entre os elementos.

A concentração de oxigênio dissolvido no escoamento foi determinada por um sensor de OD. A coleta dos dados foi realizada com a frequência de 1 min. Esse equipamento também realizou as medidas de temperatura da água e pressão atmosférica, os quais são parâmetros importantes para a determinação da concentração de saturação ( $C_s$ ) do meio. Foram utilizados trocadores de calor, para manter a temperatura da água constante. Na figura 1 e foto 1 está apresentado o esquema experimental com o canal hidráulico e os equipamentos utilizados.

A vazão de escoamento foi determinada por meio de um orifício instalado na linha de recalque do sistema hidráulico, o qual foi construído considerando os padrões da American Society of Mechanical Engineers (ASME, 1959).

### Procedimentos experimentais

Os experimentos foram realizados utilizando-se água destilada, a qual foi desoxigenada pelo processo de *stripping*, com nitrogênio gasoso. A massa de água era desoxigenada até 4mgOD.L<sup>-1</sup>, e posteriormente, reoxigenada naturalmente, até atingir valores próximos de  $C_s$ . Os valores de  $C_s$  foram determinados com auxílio de USGS (2011) e Weiss (1970).

Foram utilizadas três velocidades médias de escoamentos e três profundidades de lâminas de água, as quais foram definidas em função da capacidade de trabalho do aparato experimental. As velocidades foram de 0,11 m.s<sup>-1</sup>; 0,16 m.s<sup>-1</sup> e 0,22 m.s<sup>-1</sup>, e as lâminas de água foram de 0,08 m, 0,12 m e 0,16 m.

As dimensões dos elementos rugosos utilizados foram de 1,5 cm x 1,5 cm x 20 cm, para a largura ( $w$ ), altura ( $e$ ) e comprimento ( $l$ ), respectivamente (Figura 2).

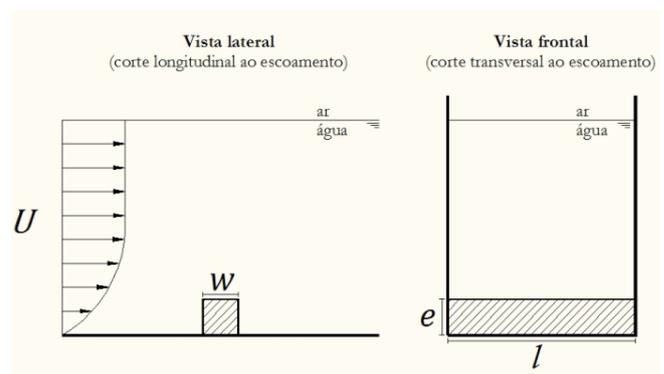


Figura 2 - Vista lateral e frontal do escoamento com representação de um elemento rugoso na área hachurada.

$U$  representa a velocidade do escoamento,  $w$  a largura do elemento rugoso,  $e$  a altura do elemento rugoso, e  $l$  o comprimento do elemento rugoso

No presente estudo, os elementos foram compostos de madeira tipo *pinus*, impermeabilizados com resina química. A

disposição transversal dos elementos ao escoamento foi realizada com distanciamentos ( $\lambda$ ) variados, os quais foram definidos de forma a obter valores numéricos dos termos adimensionais  $\frac{\lambda}{e}$  semelhantes aos utilizados por Knight e Macdonald (1979).<sup>e</sup>

Foram determinadas cinco configurações diferentes de rugosidade do leito do canal, sendo elas:  $\lambda = \infty$  (leito liso),  $\lambda = 40cm$ ,  $\lambda = 20cm$ ,  $\lambda = 10cm$  e  $\lambda = 5cm$ .

Levando-se em consideração as definições adotadas por Knight e Macdonald (1979), por meio da relação adimensional  $\frac{\lambda}{e}$ , os tipos de escoamentos adotados nesse trabalho que mais se aproximam dos escoamentos utilizados pelos referidos autores

foram o turbulento liso ( $\frac{\lambda}{e} = \infty$ ),

o turbulento semi-liso ( $\frac{\lambda}{e} = 26,6$ ),

o hiperturbulento não-uniforme ( $\frac{\lambda}{e} = 13,3$ ),

o hiperturbulento uniforme ( $\frac{\lambda}{e} = 6,6$ ),

e o semi-liso ( $\frac{\lambda}{e} = 3,3$ ).

Para a determinação do  $K_2$  foi utilizado o modelo clássico de Adney e Becker (1919). Esse modelo foi desenvolvido considerando-se a taxa com que gases pouco solúveis, como o oxigênio, dissolvem-se na água. Segundo o modelo, o fluxo de massa ou a taxa de transferência gasosa por unidade de área normal ao fluxo é diretamente proporcional ao déficit relativo à saturação do gás no líquido, ou seja

$$J = \frac{1}{A} \frac{dm}{dt} = K_L(C_s - C) \quad (3)$$

em que  $J$  é o fluxo de massa ou taxa de entrada de gás dissolvido;  $A$  é a área superficial da interface ar-água;  $m$  a massa de gás dissolvido;  $t$  o tempo;  $C_s$  a concentração de saturação do gás no líquido;  $C$  a concentração do gás dissolvido no volume líquido e  $K_L$  o coeficiente global de transferência de massa.

Substituindo o termo  $\frac{dm}{dt}$  por  $V \frac{dC}{dt}$ , em que  $V$  é o volume constante do líquido no qual a massa do gás se dissolve, a Equação (3) toma a seguinte forma

$$\frac{dC}{dt} = K_L \frac{A}{V} (C_s - C) \quad (4)$$

Como na maioria dos casos, a área  $A$  é de difícil obtenção, especialmente em situações de agitação intensa, o termo  $K_L A V^{-1}$  é substituído pela notação  $K_2$ , coeficiente de reoxigenação superficial, que possui a dimensão  $T^{-1}$ . Assim, a Equação (4) resulta na seguinte forma

$$\frac{dC}{dt} = K_2(C_s - C) \quad (5)$$

A integração desta equação para a condição inicial  $C = C_0$  quando  $t = 0$ , resulta na seguinte solução analítica

$$C = C_s - (C_s - C_0) \exp(-K_2 t) \quad (6)$$

O valor do  $K_2$  para cada experimento foi obtido pelo Método Exponencial (ASCE, 1992). A Equação (6) é ajustada a partir dos dados experimentais de concentração ( $C$ ) em função do tempo ( $t$ ), por meio do método dos mínimos quadrados não linear.

### Construção do modelo de regressão para o $K_2$

A construção de um modelo de regressão para o  $K_2$  foi realizada por meio de análise dimensional, utilizando-se o Teorema-Pi de Buckingham e considerando as características específicas dos escoamentos estabelecidos neste estudo.

Obtendo-se os termos adimensionais por meio desse teorema, foi adotado um modelo de potência para descrever a relação de dependência entre as variáveis e, por fim, aplicado a regressão linear multivariada sobre o modelo na forma logarítmica, resultando em um modelo matemático de natureza semi-empírica.

## RESULTADOS E DISCUSSÃO

Nesta seção estão apresentados os resultados da estimativa do  $K_2$ . Foram realizados 45 tipos de experimentos, em duplicata, com características hidráulicas peculiares, considerando a velocidade média do escoamento, a profundidade da lâmina de água e o espaçamento relativo entre os elementos rugosos.

Nas tabelas 1, 2 e 3, estão apresentados os resultados experimentais, com as características hidráulicas dos escoamentos e os respectivos coeficientes de reoxigenação na temperatura de execução dos experimentos e na temperatura padrão de 20°C.

A correção para a temperatura padrão foi realizada com o uso da Equação (7).

$$K_2(T) = K_2(20) \theta^{(T-20)} \quad (7)$$

em que  $K_2(T)$  é igual a  $K_2$  a uma temperatura qualquer;  $K_2(20)$  é igual a  $K_2$  a uma temperatura de 20°C e  $\theta$  é o coeficiente de correção de temperatura.

O valor utilizado para  $\theta$  foi 1,024 (USEPA, 1985).

As curvas de reoxigenação dos experimentos podem ser visualizadas no apêndice de Costa (2011).

Na figura 3 estão apresentados os valores dos coeficientes de reoxigenação em função dos espaços relativos ( $\frac{\lambda}{e}$ ) para os 90 experimentos realizados.

A partir dos resultados experimentais (Tabelas 1, 2, 3 e Figura 3), nota-se que os valores de  $K_2$  em função do espaço relativo ( $\frac{\lambda}{e}$ ) apresentaram comportamento semelhante aos valores do fator de atrito ( $f$ ) em função do espaço relativo de elementos rugosos dos experimentos realizados por Adachi

(1964), Knight e Macdonald (1979) e Sayre e Albertson (1963). Esses autores demonstraram, por meio de experimentos que, para uma determinada faixa de valores, quanto menor o espaçamento entre os elementos rugosos, maior será o valor de  $f$  causado ao escoamento. Porém, se o espaçamento for muito pequeno ( $\frac{\lambda}{e} < 6$ ), ocorre uma redução no valor de  $f$ , o qual é a variável dependente desses trabalhos.

Essa característica se deve ao fato de que são formadas zonas de recirculação à jusante de cada elemento, as quais preenchem completamente os espaços entre eles, e o fluido passa a escoar superficialmente aos elementos rugosos. Além de haver a diminuição do volume útil da calha do canal, seu leito passa a ter um comportamento mais próximo de uma superfície lisa. Como consequência, há a redução da tensão de cisalhamento ao escoamento, principal responsável pela formação de vórtices turbulentos que se dissipam até a superfície da lâmina de água e ocasionam a renovação superficial da camada saturada com oxigênio dissolvido. Com a diminuição da taxa de renovação superficial dessa camada, há proporcionalmente a redução do  $K_2$ , o qual é a variável dependente do presente trabalho.

No presente estudo, os maiores valores de  $K_2$  foram obtidos para  $\frac{\lambda}{e} = 6.6$  (Figura 3).

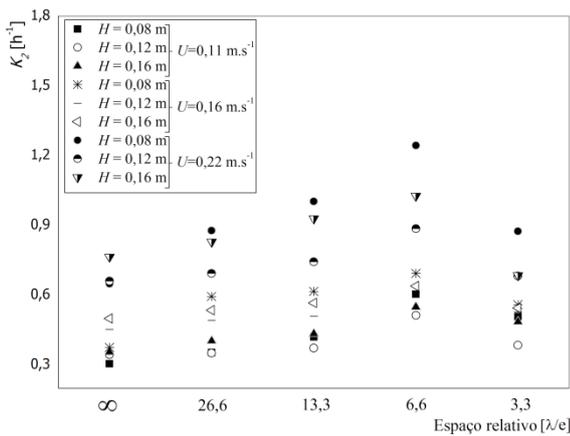


Figura 3 - Coeficientes de reoxigenação médio ( $K_2$ ) em função dos espaços relativos ( $\frac{\lambda}{e}$ ), sendo  $\lambda$  o distanciamento entre os elementos rugosos e  $e$  a altura dos elementos rugosos.  $H$  representa a altura das lâminas de água utilizadas: 0,08m; 0,12m e 0,16m.  $U$  representa a velocidade média dos escoamentos utilizados: 0,11m.s<sup>-1</sup>; 0,16m.s<sup>-1</sup> e 0,22m.s<sup>-1</sup>

### Modelo de regressão para o $K_2$

Para a realização da análise dimensional foram considerados os parâmetros que afetam a transferência de massa de oxigênio na interface ar-água, sendo eles: velocidade média do escoamento ( $U$ ); altura da lâmina de água ( $H$ ); rugosidade do leito, representada pelas características geométricas de altura dos elementos rugosos ( $e$ ) e distanciamento entre os elementos ( $\lambda$ ); aceleração gravitacional ( $g$ ) e massa específica do fluido em escoamento ( $\rho$ ).

Assim, tornando-se o  $K_2$  como variável dependente, este deverá ser expresso como uma função do conjunto de variáveis intervenientes

$$K_2 = f[H, U, e, \lambda, g, \rho] \quad (8)$$

Utilizando-se o Teorema-Pi de Buckingham obteve-se a relação entre os grupos adimensionais

$$\frac{K_2}{U.H^{-1}} = f\left[\frac{e}{H}, \frac{\lambda}{H}, F_r\right] \quad (9)$$

A relação de dependência entre os grupos adimensionais foi, posteriormente, demonstrada na forma de uma lei de potência, da seguinte maneira

$$\frac{K_2}{U.H^{-1}} = K \cdot \left(\frac{e}{H}\right)^a \cdot \left(\frac{\lambda}{H}\right)^b \cdot (F_r)^c \quad (10)$$

Para aplicação da técnica numérica de regressão linear multivariada, a Equação 10 foi escrita na forma logarítmica, (Equação 11), em que  $K$ ,  $a$ ,  $b$  e  $c$  foram determinados a partir do ajuste do modelo aos dados experimentais.

$$\log\left(\frac{K_2}{U.H^{-1}}\right) = \log K + a \cdot \log\left(\frac{e}{H}\right) + b \cdot \log\left(\frac{\lambda}{H}\right) + c \cdot \log(F_r) \quad (11)$$

Utilizando a ferramenta computacional STATISTICA 7.0, foi utilizada a análise numérica de regressão linear múltipla para ajustar, com um coeficiente de determinação  $r^2 = 0,89$ , o modelo da forma

$$\frac{K_2}{U.H^{-1}} = 0,2294 \cdot \left(\frac{e}{H}\right)^{-0,6394} \cdot \left(\frac{\lambda}{H}\right)^{-0,8348} \cdot (F_r)^{0,0259} \quad (12)$$

O qual, rearranjando, tem-se

$$K_2 = \frac{U}{H} \left[ 0,2294 \cdot \left(\frac{e}{H}\right)^{-0,6394} \cdot \left(\frac{\lambda}{H}\right)^{-0,8348} \cdot (F_r)^{0,0259} \right] \quad (13)$$

A expressão  $K_2.H.U^{-1}$  da Equação 12 pode ser denominada de  $K_2$  adimensional, semelhante a expressão  $K_{2ND}$  apresentada na Equação 2.

Na figura 4 está apresentada a correlação entre o  $K_2$  adimensional ( $K_2.H.U^{-1}$ ) do modelo semi-empírico e os valores de  $K_2$  adimensional obtidos experimentalmente.

Nota-se que nos escoamentos analisados, com exceção das condições  $\lambda$  igual a  $\infty$ , a rugosidade relativa possui uma ordem de grandeza geométrica significativa.

Considerando-se a incerteza do coeficiente de determinação ( $r^2$ ), a Equação 13 oferece subsídios para a realização de previsões do  $K_2$  para escoamentos sobre canais hidráulicos com características hidrodinâmicas e geométricas semelhantes às estabelecidas nos experimentos dessa pesquisa.

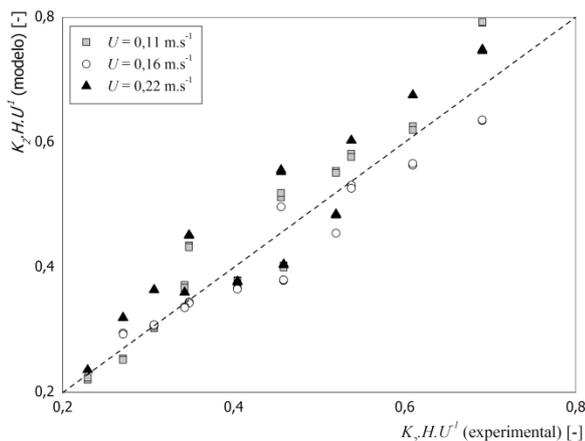


Figura 4 - Correlação do  $K_2$  adimensional ( $K_2.H.U^{-1}$ ) entre o modelo desenvolvido e os valores obtidos experimentalmente.  $U$  representa a velocidades média dos escoamentos utilizados:  $0,11m.s^{-1}$ ;  $0,16m.s^{-1}$  e  $0,22m.s^{-1}$

## CONCLUSÕES

Considerando a importância do desenvolvimento de modelos preditivos para o  $K_2$  em corpos de água, foi desenvolvido um modelo matemático de natureza semi-empírica que incorpora variáveis hidrodinâmicas e geométricas relevantes ao processo de transferência de massa de oxigênio na interface ar-água para diversos tipos de escoamentos.

Os resultados experimentais demonstraram que a profundidade da lâmina de água, a velocidade do escoamento e a rugosidade do leito do canal são importantes para o fenômeno da reoxigenação superficial, afetando diferentemente o processo de transferência de massa na interface ar-água. Ficou evidente, através das variações ocasionadas de distanciamento entre os elementos rugosos ( $\lambda$ ), que a rugosidade do leito do canal interfere de modo significativo no  $K_2$ .

O tratamento dos dados demonstraram que o modelo desenvolvido pode ser utilizado, com um coeficiente de determinação estatístico ( $r^2$ ) de 0,89, na previsão do coeficiente de reoxigenação de escoamentos que possuem características hidrodinâmicas e geométricas que estejam dentro dos seguintes limites:

$$0,111m.s^{-1} \leq U \leq 0,220m.s^{-1}; 0,08m \leq H \leq 0,16m; e$$

$$\infty \leq \frac{\lambda}{e} \leq 3,3\infty \leq \frac{\lambda}{e} \leq 3,3.$$

O modelo poderá ser utilizado em escoamentos que extrapolam esses limites desde que sejam realizadas, previamente ao uso, as análises de regressão linear múltipla para obtenção dos valores do coeficiente de determinação ( $r^2$ ) para os respectivos casos.

Sugere-se como trabalhos futuros que seja ampliada a escala experimental, realizando-se experimentos com velocidades ( $U$ ), alturas da lâmina de água ( $H$ ) e espaços relativos ( $\frac{\lambda}{e}$ ) que extrapolam os limites utilizados nesse estudo, com intuito de aumentar a faixa de aplicação do modelo.

## AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) pela bolsa de mestrado concedida ao primeiro autor e a Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP) pelo suporte financeiro oferecido para a aquisição do aparato experimental.

## REFERÊNCIAS

- ADACHI, S. On the artificial strip roughness. Japan: Kyoto University, 1964. (Disaster Prevention Research Institute Bulletin, 69).
- ADNEY, W. E.; BECKER, H. G. The determination of the rate of solution of atmospheric nitrogen and oxygen by water. Part I. Philosophical Magazine, v. 225, n. 38, p. 317-337, May 1919.
- ASCE - American Society of Civil Engineers Standard. Measurement of oxygen transfer in clear water. 2nd ed. New York: American Society of Civil Engineers, 1992. (ANSI-ASCE, 2-91).
- ASME - American Society of Mechanical Engineers Standard. Fluid meters: their theory and application. New York: American Society of Mechanical Engineers, 1959.
- ARISTEGI, L.; IZAGIRRE, O.; ELOSEGI, A. Comparison of several methods to calculate reaeration in streams, and their effects on estimation of metabolism. Hydrobiologia, v. 635, n. 1, p. 113-124, Nov. 2009.
- BENNETT, J. P.; RATHBUN R. E. Reaeration in Open-Channel Flow. Washington: U.S. Department of the Interior, 1972. (Geological survey professional paper, 737).
- BICUDO, J. R.; JAMES, A. Measurement of reaeration in streams: comparison of techniques. Journal of Environmental Engineering, v. 115, n. 5, p. 992-1010, Oct. 1989.
- BRUMLEY, B. H.; JIRKA, G. H. Near-surface turbulence in a grid-stirred tank. Journal of Fluid Mechanics, v. 183, p. 235-263, Oct. 1987.
- CHAPRA, S. C. Surface water quality modeling. Long Grove, IL: Waveland Press, 1997.
- CHAPRA, S. C. Rubbish, Stink, and Death: The Historical Evolution, Present State, and Future Direction of Water-Quality Management and Modeling. Environmental Engineering Research, v. 16, n. 3, p. 113-119, Sept. 2011.
- CHURCHILL, M. A.; BUCKINGHAM, R. A.; ELMORE, H. L. The prediction of stream reaeration rates. Journal of the Sanitary Engineering Division, v. 88, n. AS-4, p. 1-46, 1962.

- COSTA, D. J. L. Estudo da influência de macro-rugosidades do leito de um canal hidráulico sobre o coeficiente de reoxigenação superficial. 2011. Dissertação (Mestrado em Hidráulica e Saneamento) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2011.
- COSTA, D. J. L.; TEIXEIRA, D. Análise de incerteza em um modelo matemático de qualidade da água aplicado ao Ribeirão do Ouro, Araraquara, SP, Brasil. *Ambiente e Água*, v. 6, n. 2, p. 232-245, 2011.
- COSTA, D. J. L.; TEIXEIRA, D. Aplicação de modelo de autodepuração para avaliação da qualidade da água do Ribeirão do Ouro, Araraquara, SP. *Revista Uniara*, v. 13, n. 1, p. 49-62, jul. 2010.
- EDELIN, F.; LAMBERT, G. A simple simulation method for river self-purification studies. *Water Research*, v. 8, n. 5, p. 297-306, May 1974.
- FORMENTINI, T. A.; GASTALDINI, M. C. C. Determinação experimental do coeficiente de reaeração superficial: estado da arte. In: SIMPÓSIO ÍTALO-BRASILEIRO DE ENGENHARIA SANITÁRIA E AMBIENTAL, 10., 2010. Maceió. [S.l.]: ABES, 2010.
- GASTALDINI, M. C. C.; OPPA, L. F. Análise de alternativas de enquadramento do Rio Vacacaí Mirim utilizando modelo matemático de qualidade da água. *RBRH: revista brasileira de recursos hídricos*, v. 16, n. 1, p. 17-27, jan./mar. 2011.
- GONÇALVES, J. C. S. I.; COSTA, D. J. L.; SILVEIRA, A.; GIORGETTI, M. F. Reoxigenação superficial e sumidouro físico de oxigênio dissolvido em um tanque agitado por jatos. *RBRH: revista brasileira de recursos hídricos*, v. 18, n. 3, p. 231-240, jul./set. 2013.
- GONÇALVES, J. C. S. I.; GIORGETTI, M. F. Mathematical model for the simulation of water quality in rivers using the Vensim PLE® software. *Journal of Urban and Environmental Engineering*, v. 7, n. 1, p. 48-63, Jan. 2013.
- GUALTIERI, C.; GUALTIERI, P.; DORIA, G. P. Dimensional analysis of reaeration rate in streams. *Journal of Environmental Engineering*, v. 128, n. 1, p. 12-18, Jan. 2002.
- JANZEN, J. G.; HERLINA, H.; JIRKA, G. H.; SCHULZ, H. E.; GULLIVER, J. S. Estimation of mass transfer velocity based on measured turbulence parameters. *Fluid Mechanics and Transport Phenomena*, AICHE, v. 56, n. 8, p. 2005-2017, Aug. 2010.
- JANZEN, J. G.; SCHULZ, H. E.; JIRKA, G. Detalhes da transferência de gases na interface ar-água. *RBRH: revista Brasileira de Recursos Hídricos*, v. 11, n. 4, p. 153-161, out./dez. 2006.
- KNIGHT, D. W.; MACDONALD, J. A. Hydraulic resistance of artificial strip roughness. *Journal of the Hydraulics Division*, v. 105, n. 6, p. 675-690, June 1979.
- LOUZADA, J. P.; REIS, J. A. T.; MENDONÇA, A. S. F. Uso de otimização e modelagem de qualidade de água no planejamento de implantação de sistemas de tratamento de esgotos sanitários em bacias hidrográficas. *RBRH: revista Brasileira de Recursos Hídricos*, v. 18, n. 1, p. 277-286, jan./mar. 2013.
- McBRIDE, G. B.; CHAPRA, S. C. Rapid calculation of oxygen in streams: approximate delta method. *Journal of Environmental Engineering*, v. 131, n. 3, p. 336-342, Mar. 2005.
- MELCHING, C. S.; FLORES, H. E. Reaeration Equations Derived from USGS Data Base. *Journal of Environmental Engineering*, ASCE, v. 125, n. 5, p. 407-414, May 1999.
- MOOG, D. B.; JIRKA, G. H. Stream reaeration in non-uniform channel flow: Macro-roughness enhancement. *Journal Hydraulic Engineering*, v. 125, n. 1, p. 11-16, Jan. 1999.
- MORSE, N.; BOWDEN, W.; HACKMAN, A.; PRUDEN, C.; STEINER, E.; BERGER, E. Using sound pressure to estimate reaeration in streams. *Journal of the North American Benthological Society*, v. 26, n. 1, p. 28-37, Mar. 2007.
- O'CONNOR, D. J. The temporal and spatial distribution of dissolved oxygen in streams. *Water Resources Research*, v. 3, n. 1, p. 65-79, Mar. 1967.
- O'CONNOR, D. J.; DOBBINS, W. E. Mechanism of reaeration in natural streams. *American Society of Civil Engineers Transactions*, v. 123, n. 1, p. 641-684, Jan. 1958.
- OWENS, M.; EDWARDS, R. W.; GIBBS, J. W. Some reaeration studies in streams. *International Journal of Air and Water Pollution*, v. 8, p. 469-486, Sept. 1964.
- SARDINHA, D. S.; CONCEIÇÃO, F. T.; SOUZA, A. D. G.; SILVEIRA, A.; JULIO, M.; GONÇALVES, J. C. S. I. Avaliação da qualidade da água e autodepuração do Ribeirão do Meio, Leme (SP). *Engenharia Sanitária e Ambiental*, v. 13, n. 3, p. 329-338, jul./set. 2008.
- SAYRE, W. W.; ALBERTSON, M. L. Roughness spacing in rigid open channels. *American Society Civil Engineers Transactions*, v. 128, p. 343-372, 1963.
- STREETER, H. W.; PHELPS, E. B. A study of the pollution and natural purification of the Ohio River. Washington, D.C.: United States Public Health Service, 1925. (Public health bulletin, n. 146).
- THACKSTON E. L.; KRENKEL, P. A. Reaeration prediction in natural streams. *Journal of the Sanitary Engineering Division*, ASCE, v. 95, n. SA1, p. 65-94, 1969.
- USEPA - United States Environmental Protection Agency.

Rates, constants and kinetics formulations in surface water quality modeling. 2. ed. Athens: United States Environmental Protection Agency, 1985.

USGS - United States Geological Survey. Dissolved oxygen solubility tables. Reston: United States Geological Survey, 2011. Disponível em: <<http://water.usgs.gov/software/DOTABLES/>>. Acesso em: 5 fev. 2011.

WEISS, R. F. The solubility of nitrogen, oxygen, and argon in water and seawater. Deep Sea Research, v. 17, n. 4, p. 721-735, Aug. 1970.