

## **Simulação, via Programação Linear Sequencial com Artifícios de Linearização, para Sistema de Recursos Hídricos Parte 1 e Parte 2: Modelo e Aplicação**

Allan Sarmento Vieira, Rosires Catão Curi, Wilson Fadlo Curi, Valterlin da Silva Santos

Grupo de Otimização Total da Água – GOTA – UFCG

allansarmento@yahoo.com.br

Recebido: 13/01/10 - revisado: 06/08/10 - aceito: 30/09/11

---

### **RESUMO**

A utilização de modelos matemáticos na análise de sistemas de recursos hídricos é bastante discutida na literatura desde os meados do século XX. Entretanto, todos apresentam simplificações, quer seja pela representação espaço-temporal de seus componentes quanto pelas aproximações utilizadas para representar os processos não-lineares. Com relação aos modelos disponíveis para simulação de sistemas hídricos superficiais com base de tempo mensal, apesar de serem bastante versáteis, não incorporam certas complexidades devido a algumas limitações matemáticas dos seus algoritmos. Tais simplificações podem comprometer um processo decisório, dependendo de seus requerimentos. Baseado neste contexto foi desenvolvido um modelo de simulação que tem como principais características a incorporação de não-linearidades dos processos hidráulicos e operacionais de estruturas hidráulicas mais usuais. A sua função objetivo visa maximizar, a nível mensal, o atendimento às demandas hídricas segundo critérios de prioridade estabelecidos pelo tomador de decisão. As limitações operacionais e hidráulicas foram incluídas no modelo através de restrições lineares (balanço hídrico; volumes mínimo, máximos e metas; capacidade dos componentes; etc.) e não-lineares (vazão vertida máxima, vazão descarregada máxima, área da superfície líquida do reservatório, etc.). As restrições não-lineares foram representadas por segmentos lineares, utilizando artifícios de linearização, e resolvidas via programação linear sequencial até sua convergência a uma tolerância desejada. Sua aplicabilidade e verificação de desempenho foi realizada numa análise sistêmica dos reservatórios Catolé II e Poço Redondo de parte da bacia hidrográfica do Rio Piancó. Os resultados demonstraram que todas as restrições foram satisfeitas e que as demandas consideradas obtiveram uma garantia de 100% no atendimento. O tempo de processamento para atender aos requerimentos de convergência foi relativamente baixo.

**Palavras - chave:** recursos hídricos, simulação, programação linear, artifícios de linearização.

---

### **INTRODUÇÃO**

A simulação é técnica de modelagem que avalia o comportamento temporal de um sistema sob um conjunto de entradas e procedimentos operacionais especificados previamente. Esta ferramenta é, provavelmente, o método mais usado para análise de sistema de recursos hídricos graças a sua simplicidade (Celeste 2006). De modo geral, pode-se dizer que os modelos de simulação são mais apropriados para análise do desempenho de alternativas operacionais de longo prazo, sendo bastante úteis para representar a operação do sistema com um grau elevado de segurança. Apesar de não gerarem diretamente uma solução ótima, podem revelar, uma solução pelo menos próxima da ótima, quando políticas alternativas são geradas por meio de numerosas aplicações do modelo.

Os modelos de otimização aplicam-se aos casos em que interessa saber qual é a alternativa operacional ótima do sistema e são aplicados, preferencialmente, para um pequeno intervalo de tempo (depende do número de equações necessárias para descrever cada estado e da discretização temporal utilizada). Estes modelos utilizam algoritmos para selecionar, sistematicamente, soluções ótimas, procurando satisfazer uma função objetivo e restrições operacionais. Não existe, porém, um procedimento de otimização que possa resolver eficientemente qualquer tipo de problema. A escolha do modelo de otimização vai depender da forma, quantidade e propriedades matemáticas da função objetivo e das restrições.

Existem inúmeros modelos de simulação e otimização e até mesmo uma combinação de ambas as técnicas, que são bastante difundidos na literatura, tal qual a utilização de técnicas de rede de fluxos, uma forma de programação linear usada em mode-

los mistos. Apesar de serem versáteis por utilizar uma visão sistêmica, em termos de componentes físicos, estes, dada a sua estrutura de arcos e nós, não conseguem representar todos os processos físicos de sistemas hídricos, o que pode comprometer a tomada de decisão. Isso ocorre devido a sua limitação na representação de componentes com não-linearidades intrínsecas aos processos hidráulicos e operacionais. Dentro deste contexto foi desenvolvido um modelo de simulação que utiliza uma rotina de otimização, baseada na técnica da programação linear seqüencial com artíficos de linearização, que é acionada mês a mês para um horizonte de tempo, destinado a simular, de forma integrada, os usos múltiplos da água, a fim de maximizar a satisfação de atendimento dos usuários, segundo critérios de prioridade de um sistema hídrico.

O modelo incorpora não-linearidades de processos hidráulicos e operacionais de componentes físicos, como reservatórios com vertedores e descarregadores de fundo, e inclui, de forma integrada, outros componentes, como perímetros irrigados, a fim de promover uma política ótima de operação integrada do sistema. Busca-se, no modelo, identificar e quantificar as disponibilidades hídricas superficiais do sistema, compatibilizando-as com as demandas hídricas de montante e de jusante.

As limitações operacionais e hidráulicas são incluídas no modelo na forma de restrições lineares (balanço hídrico nos nós, volumes metas, volumes mínimos, capacidade dos componentes, etc.) e não-lineares (vazão vertida máxima, vazão descarregada máxima, área da superfície líquida do reservatório, etc.). As restrições não-lineares são descritas por aproximações de segmentos lineares (artíficos de linearização) e resolvidas num processo iterativo (programação linear seqüencial) até a convergência de uma tolerância desejada para o erro relativo da função objetivo.

Para averiguar a eficiência e eficaz do novo modelo de simulação, foi proposto uma análise sistêmica dos reservatórios Catolé II e Poço Redondo da bacia do Rio Piancó - PB, a partir de um cenário com demandas projetadas para o ano 2013, com horizonte de tempo de 360 meses e uma meta operacional dos reservatórios de 25% da sua capacidade máxima. A análise do desempenho no atendimento às demandas, foram feitas através dos indicadores como a confiabilidade, a resiliência, a vulnerabilidade e a sustentabilidade.

## MODELOS DE SIMULAÇÃO DIFUNDIDOS

A combinação de técnicas de simulação e otimização no desenvolvimento de modelos para sistemas de recursos hídricos, vem sendo difundida em programas computacionais e ganhou força, devido às grandes vantagens que podem ser extraídas desta integração. O MODSIM (Labadie et. al., 1984), MODSimp32 (Porto et. al., 1997) e ACQANET (Azevedo et. al., 1998) são exemplos desta integração. Todos são modelos de simulação com técnicas de rede de fluxos, baseado no algoritmo “Out-of-Kilter”, onde permite a estruturação de redes com grande número de reservatórios, demandas e trechos de canais (links). Outros modelos que são baseados em rede de fluxos como MIKE BASIN 2000 foi utilizado por Jha et. al. (2003) aplicaram este modelo ao rio de Mun na Tailândia para avaliar o desempenho da bacia e recomendar práticas ótimas de alocação. Fedra et. al. (2007) utilizou o modelo WATERWARE para o gerenciamento dos recursos hídricos no sul do Mediterrâneo, levando em consideração uma análise multiobjetivo e multicriterial para avaliar e desempenho econômico da região. Carron et. al. (2004) utilizou o modelo RIVERWARE para definir várias políticas de operação, com intuito de determinar a vazão adequada a ser mantida no rio. Faber et. al. (2007) propôs a utilização integrada dos modelos HEC-PRM e HEC-ResSim para otimização multiobjetivo na parte superior dos reservatórios do Mississipi.

Embora modelos baseados em rede de fluxos sejam extremamente vantajosos em termos de eficiência computacional, eles apresentam algumas limitações (Roberto, 2002):

- Os algoritmos de rede de fluxo otimizam apenas sistemas lineares;
- A função objetivo é pré-definida e, portanto, não pode ser livremente especificada pelo usuário;
- Estes algoritmos admitem, também, apenas os dois tipos de restrições: a conservação da massa nos nós e a limitação do fluxo nos arcos.
- A otimização é executada em cada intervalo de tempo, ou seja, não se garantem o ótimo global para um período de “n” intervalos de tempo.

A opção de não utilizar a técnica de rede de fluxo no modelo de simulação proposto foi devido o algoritmo Out-of-Kilter só representar cada componente como um sistema formado por uma rede de arcos e nós. Este processo limita a representatividade dos processos não-lineares vinculados a vários componentes dos reservatórios.

Pode-se, ainda, observar que existem vários modelos, que não são baseados em técnicas combinadas de otimização e simulação que podem ser utilizados na análise de sistemas de reservatórios. Dentre eles podemos citar: o modelo AQUARIUS, que utiliza técnicas de programação quadrática e o modelo CALSIM que trata alguns processos não-lineares de forma simplificada. Smith (2002) utilizou o modelo CALSIM para encontrar regras de operação ideal no Delta dos Estados Unidos. Diaz et. al. (2002) aplicou o modelo AQUARIUS para alocação de água bacia hidrográfica, onde realizou em seguida uma análise do sistema.

Não existe uma metodologia consagrada que possa ser utilizada para todas as configurações possíveis de um sistema, visto que estas diferem sob vários aspectos. A escolha de uma metodologia a ser aplicada depende de vários fatores, dentre os quais: a configuração do sistema, os objetivos de uso dos recursos hídricos e a eficiência computacional. Vale salientar que, na maioria dos casos, os modelos de suporte a decisão atuais são combinações de técnicas de otimização e simulação.

Dentro destes propósitos, o modelo aqui apresentado é baseado na linearização de não linearidades e estruturado para a aplicação da programação linear.

## **MODELOS DE PROGRAMAÇÃO LINEAR**

A programação linear é uma das técnicas amplamente utilizadas na solução dos sistemas hídricos e tem como finalidade resolver um tipo de problema especial onde o objetivo e as restrições são funções lineares das variáveis de decisão. Mesmo quando as relações são não-lineares, a programação linear tem sido empregada através dos artifícios de linearização (programação separável e seqüencial) de funções.

Segundo Labadie (2004) as razões que tornam a programação linear atrativa são: converge sempre para um ótimo global; abstração de tratar problemas complexos; teoria da dualidade bem desenvolvida para análise de sensibilidade e códigos computacionais disponíveis.

A técnica de programação linear, embora tenha sido concebida para representar problemas tipicamente lineares, vem sendo amplamente utilizada no planejamento e gerenciamento dos recursos hídricos, mesmo para os que possuem processos não-lineares que, nesses casos, são representados matematicamente via artifícios de linearização, suprimindo as limitações dos modelos baseado em rede de fluxo.

## **ARTIFÍCIOS DE LINEARIZAÇÃO**

Para linearizar funções não-lineares existem diferentes metodologias dentre as quais se destacam:

### **Programação linear separável**

Consiste num artifício de linearização de funções não-lineares convexas para problemas de minimização e côncavas para problemas de maximização. A estratégia é transformar o problema original de funções não-lineares em um problema equivalente de programação linear por meio da redefinição das funções e das variáveis. Entretanto, este artifício de linearização, aumenta o número de variáveis com o número de segmentos e reduz a velocidade de convergência, problema que tem sido parcialmente superado pelo avanço dos computadores.

Um problema é dito separável quando pode ser expresso como uma soma de funções de variáveis simples. Logo, a linearização da função pode ser feita introduzindo pontos de grade, dividindo-a em trechos lineares. Este artifício pode ser utilizado na linearização da curva área-volume, da vazão de descarga de fundo máxima, da vazão dos vertedouros de um determinado reservatório.

### **Programação linear seqüencial**

Segundo Barbosa (2002), a programação linear seqüencial é uma outra forma para contornar o problema das não-linearidades, ou seja, adotar um processo iterativo até atingir a uma convergência desejada.

Esse tipo linearização pode ser realizado, através da determinação de coeficientes de retas, atualizados seqüencialmente a cada iteração, que são tangentes a um ponto ou secantes obtidas através do conhecimento de dois pontos da função. A escolha da linearização mais apropriada depende da busca ou manutenção da convexidade do problema de programação linear.

## PROGRAMAÇÃO MULTIOBJETIVO

O tomador de decisão, em algumas situações, necessita considerar simultaneamente vários objetivos, que podem apresentar unidades de medidas heterogêneas. Este tipo de problema requer, na busca de sua solução, técnicas de programação multiobjetivo. Esta pode ser definida como um conjunto de procedimentos matemáticos destinados a buscar soluções ótimas para problemas com múltiplos objetivos ou metas a serem otimizados.

Um método bastante utilizado para tratar de um problema multiobjetivo é o método das ponderações.

Os objetivos, expressos pelas funções objetivo  $f_1(x)$ ,  $f_2(x)$ , ...,  $f_n(x)$ , são ponderados através de pesos,  $w_i$ , assim temos:

$$\max \text{ ou } \min = \sum_{i=1}^n w_i * f_i(x) \quad (1)$$

O método das ponderações permite avaliar um número maior de objetivos, mas é preciso definir, a priori, os coeficientes de ponderação.

Uma vantagem deste método é que os fatores de ponderação podem ser variados de forma paramétrica até que se obtenha o conjunto de soluções não dominadas ( $x^*$ ). A melhor solução de compromisso terá um conjunto  $w_1, w_2, \dots, w_n$  que indica a importância relativa de cada objetivo.

## INDICADORES DE DESEMPENHO

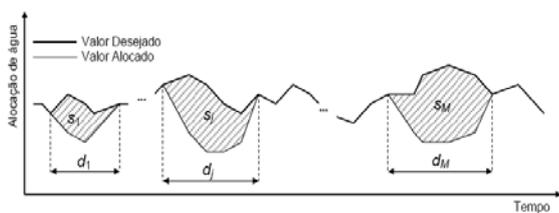


Figura 01 – Duração e volumes de déficit em período de falhas.

Os indicadores confiabilidade, resiliência e vulnerabilidade utilizados para avaliação de risco ao atendimento às demandas hídricas foi proposto por Hashimoto et al. (1982). Estes indicadores de desempenho do sistema (Celeste et. al, 2006), ao longo do tempo, são determinados, utilizando a série tem-

poral  $X_t$ ,  $t = 1, \dots, NT$ , e os respectivos valores limite  $X_{0t}$  especificados, separando os valores satisfatórios dos insatisfatórios de modo que uma falha ocorra quando  $X_t < X_{0t}$ . Seja  $NF$  o número total de intervalos de tempo no qual  $X_t < X_{0t}$  e sejam  $d_j$  e  $s_j$ , respectivamente, a duração e o volume de déficit do  $j$ -ésimo evento de falhas,  $j = 1, \dots, M$ , onde  $M$  é o número de eventos insatisfatórios (Figura 01).

A confiabilidade (*Conf*) é a probabilidade da série temporal permanecer em estado satisfatório durante o horizonte de operação, ou seja, a porcentagem do tempo em que o sistema funciona sem falhas.

$$Conf = Pr\{X_t \geq X_{0t}\} = 1 - \frac{NF}{NT} \quad (2)$$

A resiliência (*Res*) é a forma como o sistema recupera-se de uma falha, uma vez que esta tenha ocorrido, ou seja, é a probabilidade de haver um estado satisfatório no período  $t+1$  dado um valor insatisfatório no período  $t$ . Pode ser, ainda, definida como o inverso do valor esperado do tempo em que o sistema permanece em estado insatisfatório,  $E[d]$ .

$$Res = \frac{1}{E[d]} = \left[ \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M d_j \right]^{-1} \quad (3)$$

A vulnerabilidade (*Vul*) é a magnitude das falhas a que o sistema está sujeito.

$$Vul = E\{s\} = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M s_j \quad (4)$$

Loucks (2000) propôs um índice de sustentabilidade geral definido pelo produto entre a confiabilidade, a resiliência e parte não vulnerável.

$$Sust = Conf * Res * [1 - Vul] \quad (5)$$

## METODOLOGIA

O modelo de simulação desenvolvido neste trabalho opera em escala mensal (Figura 02) e utiliza uma rotina de otimização baseada na técnica da programação linear seqüencial. Este faz uso do método das ponderações como ferramenta multiobjetiva e dos indicadores de desempenho, para melhor suprir o tomador de decisão com informações. Ele visa quantificar a alocação dos recursos hídricos

entre as demandas dos diferentes setores com um determinado nível de prioridade, levando em consideração as não-linearidades operacionais e hidráulicas do sistema.

Os dados utilizados podem ser de natureza física (demandas, componentes dos reservatórios, entre outros) e natural (hidro-climáticas). Para representação do sistema a ser estudado são definidos quatro elementos hidráulicos básicos: reservatórios, nós de passagem (a montante, a jusante, desvios, união e dreno), links (trechos de rio, adutora e canais) e as retiradas (abastecimento, irrigação, etc.).

**Níveis de prioridade**

As prioridades são valores que multiplicam as variáveis de decisão da função objetivo considerada no modelo, a fim de demonstrar o grau de preferência de uma variável com relação às outras, podendo inclusive ter o mesmo nível preferência. Esses valores são de natureza inteira e maiores ou iguais a zero, podendo atingir valores de grande proporção.

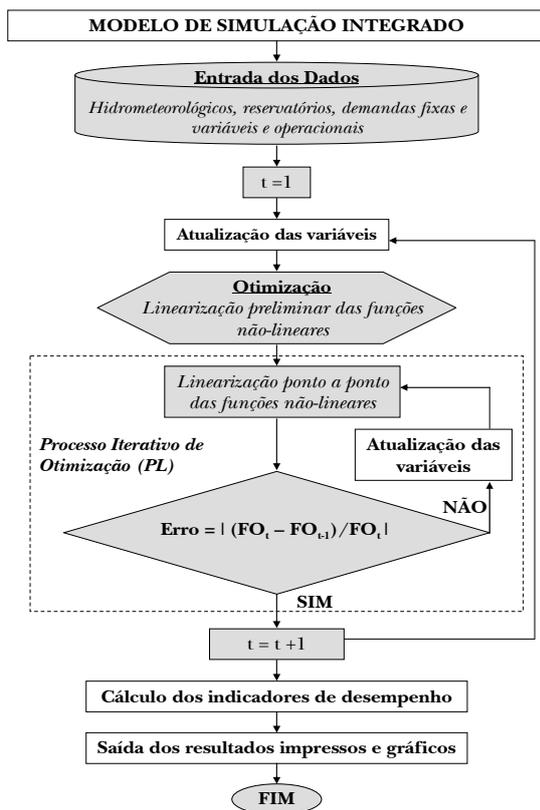


Figura 02 – Fluxograma de funcionamento do modelo de simulação.

**Demanda máxima fixa ou variável**

As demandas máximas utilizadas no modelo; como abastecimento, pecuária, vazão ecológica, lazer, piscicultura e energia elétrica; podem ser estimadas através de metodologias apresentadas nos planos diretores das bacias hidrográficas. Com relação à demanda de irrigação, utilizou-se a metodologia proposta por Curi et al (2005) e Doorenbos e Kassam (2000), que permitiu estimar as demandas máximas de irrigação para culturas perenes e sazonais, através do balanço hídrico do solo.

**Função objetivo**

Os múltiplos objetivos a serem alcançados num determinado sistema são estabelecidos segundo uma função matemática que contemple os interesses dos diferentes setores de usuários. Neste caso, a função objetivo utilizada neste modelo de simulação procurou maximizar a satisfação do atendimento de requerimentos hídricos (vazões e volumes) dos usos múltiplos, ou seja, é representada por:

$$Z(Ra, Rip, Ris, Rin, Re, Rn, Sp, SC^-, SM^-, Sdj) = \sum_{t=1}^{nm} (F01(t) + F02(t)) \tag{6}$$

O objetivo da função F01 é maximizar o atendimento do requerimento hídrico dos diferentes usuários e é representada por:

**Maximizar**

$$FO1(t) = \sum_{i=1}^{NR} \left[ \sum_{c=1}^{NA} \alpha_{ca} Ra_{ic}(t) + \sum_{c=1}^{NP} \alpha_{cip} Rip_{ic}(t) + \sum_{c=1}^{NS} \alpha_{cis} Ris_{ic}(t) + \sum_{c=1}^{NI} \alpha_{cin} Rin_{ic}(t) + \sum_{c=1}^{NE} \alpha_{ce} Re_{ic}(t) + \sum_{c=1}^{NN} \alpha_{cn} Rn_{ic}(t) \right] \tag{7}$$

onde c é c-ésimo componente existente em um determinado sistema; i é o i-ésimo reservatório em um determinado sistema;  $\alpha_{ca}$  é o coeficiente que representa a prioridade no atendimento ao abastecimento humano e a pecuária;  $\alpha_{cip}$  é o coeficiente que representa a prioridade no atendimento a irrigação de culturas perenes;  $\alpha_{cis}$  é o coeficiente que representa a prioridade no atendimento a irrigação de culturas sazonais;  $\alpha_{cin}$  é o coeficiente que representa a prioridade no atendimento a indústria;  $\alpha_{ce}$  é o coeficiente que representa a prioridade no aten-

dimento a vazão ecológica;  $\alpha_{ce}$  é o coeficiente que representa a prioridade no atendimento a retirada no nó de passagem; NR é o número de reservatórios; NA é o número de demandas de abastecimento existente em um determinado sistema; NP é o número de demandas de irrigação com culturas perenes existentes em um determinado sistema; NS é o número de demandas de irrigação com culturas perenes existentes em um determinado sistema; NI é o número de demandas industriais existentes em um determinado sistema; NE é o número de vazões ecológicas a serem satisfeitas existentes em um determinado sistema; NN é o número de uma determinada demanda a ser satisfeita nos nó de passagem  $c_i$  existentes em um determinado sistema;  $R_{a_{ic}}(t)$  é a variável de decisão que representa a retirada de água para o c-ézimo abastecimento humano e consumo animal e num determinado mês  $t$ ;  $R_{ip_{ic}}(t)$  é a variável de decisão que representa a retirada de água para irrigação das culturas perenes do c-ézimo perímetro irrigado em um determinado mês  $t$ ;  $R_{is_{ic}}(t)$  é a variável de decisão que representa a retirada de água para irrigação das culturas sazonais do c-ézimo perímetro irrigado em um determinado mês  $t$ ;  $R_{in_{ic}}(t)$  é a variável de decisão que representa a retirada de água para a c-ézima indústria em um determinado mês  $t$ ;  $R_{e_{ic}}(t)$  é a variável de decisão que representa o volume de água que fica no rio, ou seja, a c-ézima da vazão ecológica, num determinado mês  $t$ ;  $R_{n_{ic}}(t)$  é a variável de decisão que representa a retirada por fio d' água para o c-ézimo setor em um nó de passagem  $c_i$  a jusante do reservatório  $i$  num determinado mês  $t$ ;

O objetivo da função FO2 é atender as metas operacionais estabelecidas para os reservatórios, para que venham a satisfazer os usos múltiplos do sistema:

**Maximizar**

$$FO2(t) = \sum_{i=1}^{NR} \left[ \alpha_{vmin,i} \cdot SC_i^-(t) + \alpha_{vmeta,i} \cdot SM_i^-(t) - \alpha_{vvert,i} \cdot Sp_i(t) - \alpha_{vres,i} \cdot Sdj_i(t) \right] \quad (8)$$

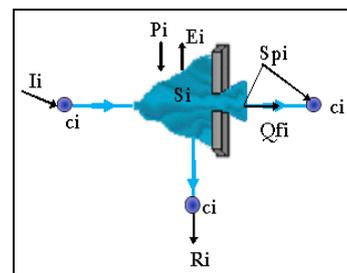
onde  $\alpha_{vmin,i}$  é o coeficiente que representa a prioridade no atendimento ao requerimento de volume mínimo do reservatório  $i$ ;  $\alpha_{vmeta,i}$  é o coeficiente que representa a prioridade no atendimento ao requerimento de volume meta do reservatório  $i$ ;  $\alpha_{vvert,i}$  é o coeficiente que representa a penalização do vertimento no reservatório  $i$ ;  $\alpha_{vres,i}$  é o coeficiente que representa a prioridade no atendimento a vazão residual;  $SC_i^-$  é a variável de decisão que representa o volume mínimo que deve ser mantido no reserva-

tório  $i$ , no mês  $t$  (pode ser utilizado para a piscicultura extensiva);  $SM_i^-$  é a variável de decisão associada ao atendimento do volume meta em um reservatório  $i$ , no mês  $t$  (pode ser utilizado para a energia elétrica ou lazer);  $Sp_i(t)$  é a variável de decisão que contempla o volume vertido de um determinado reservatório  $i$ , no mês  $t$ ;  $Sdj_i$  é a variável de decisão que representa vazão residual, de um determinado reservatório  $i$ , no mês  $t$ .

**Restrições**

As restrições (de igualdade e desigualdade, lineares ou não lineares) do problema, que envolvem as equações de balanço hídrico e outras restrições físicas ou operacionais dos componentes do sistema hídrico, são consideradas no modelo e suas representações são tratadas a seguir.

No modelo, os reservatórios podem ser conectados por nós de passagem a sua jusante, via descarregador de fundo, vertedores e tomadas d'água, e nós de passagem a sua montante, chamados de fontes, onde recebem suas aflúncias ou vazões residuais de outros reservatórios. Portanto, os reservatórios são representados matematicamente pelas equações de balanço de hídrico e restrições, que levam em consideração as limitações operacionais e físicas destes componentes. Para determinar a variação mensal do volume armazenado nos reservatórios, quando não estiverem em série (Figura 03), usa-se a equação do balanço hídrico expressa abaixo:



**Figura 03 – Representação física do balanço de massa em um reservatório  $i$ .**

$$S_i(t) + R_{ic}(t) + Qf_i(t) + Sp_i(t) = S_i(t-1) + I_i(t) + [P_i(t) - E_i(t)] \cdot Am_i(t) \quad (9)$$

onde  $S_i(t)$  é o volume armazenado do reservatório  $i$  no fim do mês  $t$ ;  $S_i(t-1)$  é o volume armazenado do reservatório  $i$  no início do mês  $t$ ;  $R_{ic}(t)$  é a retirada de água pela tomada d' água no reservatório  $i$  no mês  $t$ ;  $Qf_i(t)$  é a retirada d'água pelo descarregador

de fundo do reservatório  $i$  no mês  $t$ ;  $Sp_i(t)$  é o volume vertido do reservatório  $i$  no mês  $t$ ;  $I_i$  é o volume afluente ao reservatório  $i$  no mês  $t$ ;  $P_i(t)$  é a taxa de precipitação no reservatório  $i$  no mês  $t$ ;  $E_i(t)$  é a taxa de evaporação no reservatório  $i$  no mês  $t$  e  $Am_i(t)$  é a área média do espelho d'água no reservatório  $i$  no mês  $t$ .

Caso o reservatório esteja em série, a equação do balanço hídrico computará a vazão residual  $Sd_{j,i}(t)$  advinda do reservatório a montante  $e$ , portanto, ficará:

$$-Sd_{j,i}(t) + S_i(t) + R_{ic}(t) + Q_f(t) + Sp_i(t) = S_i(t-1) + I_i(t) + [P_i(t) - E_i(t)] * Am_i(t) \quad (10)$$

Para calcular a área média  $Am_i(t)$ , apresentada no balanço de massa dos reservatórios, usa-se a Equação 11:

$$Am_i(t) = \left[ \frac{A_i(t) + A_i(t-1)}{2} \right] \quad (11)$$

onde  $A_i(t)$  é área da superfície líquida do reservatório  $i$ , no final mês  $t$ ;  $A_i(t-1)$  é área da superfície líquida do reservatório  $i$ , no início do mês  $t$ .

No entanto, as áreas da superfície líquida do reservatório estão relacionadas aos seus volumes de forma não linear. Portanto, para levar em consideração, na equação do balanço hídrico, o volume precipitado e evaporado nos reservatórios é necessário fazer uso das relações área x volume, numa forma linearizada por segmentos na primeira iteração, determinando em seguida a área média da superfície líquida do reservatório  $i$  no mês  $t$ ,  $Am_i(t)$ , através do procedimento abaixo:

$$Am_i(t) = \sum_{i=1}^n \beta_{n,i} * S_{n,i}(t) + \varphi_i \quad (12)$$

onde:  $\beta_{n,i}$  é o coeficiente angular de cada segmento de reta da curva área-volume do reservatório  $i$ ;  $\varphi_i$  é intersecção da reta do primeiro segmento da curva área-volume do reservatório  $i$ .

Para as próximas iterações, utilizou-se a técnica da programação seqüencial ou sucessiva, a área média da superfície líquida é determinada a partir dos volumes obtidos pela primeira iteração. Com esses volumes acham-se, por interpolação, as áreas correspondentes no gráfico da curva área x volume dos reservatórios, para, em seguida, capturar os seus pontos superiores e inferiores e definir para cada instante uma reta. A intersecção e a inclinação da

reta variam, em cada instante  $t$ , como pode ser visto na Figura 05 abaixo, até que a convergência do processo seja atingida:

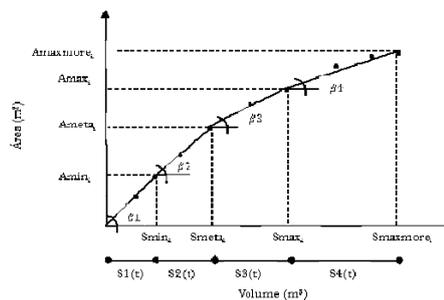


Figura 04 – curva área x volume linearizada por segmento.

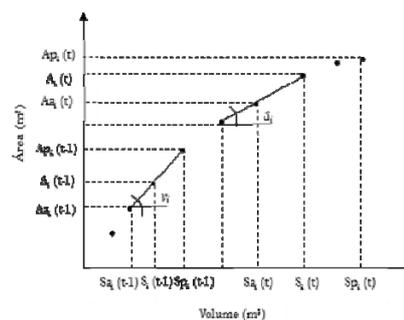


Figura 05 – curva área x volume linearizada por sucessão.

As intersecções e as inclinações, para cada valor de  $S_i(t)$  e  $A_i(t)$ , são determinadas pelas equações abaixo:

$$a(t) = \text{tg}\delta = \left[ \frac{A_{pi}(t) - A_{ai}(t)}{S_{poi}(t) - S_{ai}(t)} \right] \quad (13)$$

$$b(t) = A_{pi}(t) - a(t) * S_{poi}(t) \quad (14)$$

$$a(t-1) = \text{tg}\gamma = \left[ \frac{A_{pi}(t-1) - A_{ai}(t-1)}{S_{poi}(t-1) - S_{ai}(t-1)} \right] \quad (15)$$

$$b(t-1) = A_{pi}(t-1) - a(t) * S_{poi}(t-1) \quad (16)$$

onde  $a(t)$  é a inclinação da reta, no final do mês  $t$ ;  $a(t-1)$  é a inclinação da reta, no início do mês  $t$ ;  $b(t)$  é a intersecção da reta, no final do mês  $t$ ;  $b(t-1)$  é a intersecção da reta, no início do mês  $t$ ;  $A_{pi}(t)$  é o ponto posterior a área do espelho d'água  $A_i(t)$ , no final do mês  $t$ ;  $A_{ai}(t)$  é o ponto anterior a área do espelho d'água  $A_i(t)$ , no final do mês  $t$ ;  $A_{pi}(t-1)$  é o

ponto posterior a área do espelho d'água  $A_i(t-1)$ , no início do mês  $t$ ;  $A_{ai}(t-1)$  é o ponto anterior a área do espelho d'água  $A_i(t-1)$ , no início do mês  $t$ ;  $S_{poi}(t)$  é o ponto posterior ao volume armazenado  $S_i(t)$ , no final do mês  $t$ ;  $S_{ai}(t)$  é o ponto anterior ao volume armazenado  $S_i(t)$ , no final do mês  $t$ ;  $S_{poi}(t-1)$  é o ponto posterior ao volume armazenado  $S_i(t-1)$ , no início do mês  $t$ ;  $S_{ai}(t-1)$  é o ponto anterior ao volume armazenado  $S_i(t-1)$ , no início do mês  $t$ ;

Logo a área média da superfície líquida, em  $m^2$ , será determinada por:

$$Am_i(t) = \left[ \frac{a(t) * S_i(t) + b(t) + a(t-1) * S_i(t-1) + b(t-1)}{2} \right] \quad (17)$$

Ainda, para os reservatórios, será necessário inserir as limitações operacionais das variáveis de decisão  $S_i(t)$ ,  $R_{ic}(t)$ ,  $Q_i(t)$ ,  $Sp_i(t)$ , para que o modelo de simulação possa determinar os valores ótimos correspondentes em cada mês  $t$ . Os intervalos estão representados pelas restrições de desigualdade abaixo:

$$0 \leq R_{ic}(t) \leq Dmax_{ci} \quad (18)$$

$$0 \leq S_i(t) \leq Smax_i \quad (19)$$

$$0 \leq Qf_i(t) \leq Qfmax_i \quad (20)$$

$$0 \leq Sp_i(t) \leq Spmax_i \quad (21)$$

onde  $Dmax_{ic}$  é a demanda máxima na tomada d'água em um reservatório  $i$ ;  $Qfmax_i$  é a máxima descarga associada a um volume do reservatório  $i$ ;  $Spmax_i$  é o vertimento máximo associado a cota da soleira superior do vertedouro em um reservatório  $i$ .

As vazões liberadas pelos descarregadores de fundo são estimadas pela equação abaixo, (Quintela, 1981):

$$Qfmax_i(t) = Cf_i * Af_i * (H_i(t) - Hg_i)^{0,5} \quad (22)$$

onde:  $Cf_i$  é o coeficiente de vazão do descarregador de fundo do reservatório  $i$ ;  $Qfmax_i$  é a vazão máxima que pode ser aduzida pelo descarregador de fundo do reservatório  $i$ , no mês  $t$ ;  $Af_i$  é a área da secção transversal do descarregador de fundo do reservatório  $i$ ;  $Hg_i$  é a cota a jusante da geratriz inferior do

descarregador de fundo do reservatório  $i$ ;  $H_i(f)$  é a cota do reservatório  $i$ , no mês  $t$ .

Com o auxílio da equação (22) do descarregador de fundo foi construído um gráfico da descarga de fundo máxima x volume, para, em seguida, usar o mesmo artifício que foi utilizado para o cálculo da área média da superfície líquida dos reservatórios. Para primeira iteração foi considerado a seguinte equação:

$$0 \leq Qf_i(t) \leq \sum_{i=1}^n \eta_i * S_i(t) + \varphi_i \quad (23)$$

onde  $\eta_i$  é o coeficiente angular de cada segmento de reta da curva descarga de fundo máxima - volume do reservatório  $i$ ;  $\varphi_i$  é a intersecção da reta de cada segmento da curva descarga de fundo máxima x volume do reservatório  $i$ .

Com os volumes armazenados  $S_i(t)$  determinados na primeira iteração, pode-se determinar por interpolação as descargas máximas correspondentes  $Qfmax_i(t)$  para as próximas iterações, a partir do gráfico da descarga de fundo máxima x volume, para em seguida construir retas com os pontos posteriores e anteriores de  $S_i(t)$  e  $Qfmax_i(t)$ , em cada mês  $t$ . Que são representados pelas equações abaixo:

$$z(t) = \text{tg} \varphi = \left[ \frac{Qfmax_{pi}(t) - Qfmax_{ai}(t)}{S_{poi}(t) - S_{ai}(t)} \right] \quad (24)$$

$$d(t) = Qfmax_{pi}(t) - z(t) * S_{poi}(t) \quad (25)$$

onde  $z(t)$  é a inclinação da reta, no final do mês  $t$ ;  $d(t)$  é a intersecção da reta, no final do mês  $t$ ;  $S_{poi}(t)$  é o ponto posterior ao volume armazenado  $S_i(t)$ , no final do mês  $t$ ;  $S_{ai}(t)$  é o ponto anterior ao volume armazenado  $S_i(t)$ , no final do mês  $t$ ;  $Qfmax_{pi}(t)$  é o ponto posterior a descarga máxima, no final do mês  $t$ ;  $Qfmax_{ai}(t)$  é o ponto anterior a descarga máxima, no final do mês  $t$ ;

Logo, a descarga máxima de fundo, para cada mês  $t$  em um determinado reservatório  $i$ , será representada pela combinação da inequação (23) e a equação da reta, garantido que a água liberada pelo descarregador só vai ocorrer se houver altura hidráulica.

$$0 \leq Qf_i(t) - z(t) * S_i(t) \leq d(t) \quad (26)$$

O vertimento máximo foi estimado pela equação a seguir (Quintela, 1981):

$$Sp_{max_i}(t) = C_{v_i} * B_{v_i} * (H_{vmax_i}(t) - H_{sol_i})^{1.5} \quad (27)$$

onde  $C_{v_i}$  é o coeficiente de descarga que depende da forma do vertedouro do reservatório  $i$ ;  $B_{v_i}$  é a largura de base do vertedouro do reservatório  $i$ ;  $H_{vmax_i}$  é cota o nível máximo do reservatório  $i$  que gera a lâmina vertente máxima projetada para o vertedouro;  $H_{sol_i}$  é a cota da soleira inferior do vertedouro do reservatório  $i$ .

Neste modelo, as vazões vertidas só ocorrem se, e somente se, o volume  $S_i(t)$  do reservatório  $i$  ultrapassar a cota da soleira inferior do vertedouro. Portanto, foi inserido na rotina de otimização do modelo um artifício que permite separar volume vertido do volume  $S_i(t)$  calculado pela equação do balanço hídrico em certo mês  $t$ . A variável de decisão  $Sp_i(t)$ , proposta na função objetivo F02, representa o vertimento de um determinado reservatório  $i$  em instante  $t$  e tem que ser minimizada para que  $i$  vertimento só ocorra quando o volume  $S_i(t)$  for maior que  $S_{max_i}$ . Por outro lado, o volume vertido  $Sp_i(t)$ , em um determinado reservatório  $i$ , deve satisfazer também a inequação (21).

Para contemplar os possíveis objetivos de volumes meta nos reservatórios que venham ocorrer, a fim de atender os requerimentos operacionais, como o do setor energético, de lazer e contenção de cheias, incluiu-se, neste modelo de simulação, o conceito do volume meta (Figura 06). Portanto, para atingir o volume meta  $S_{meta_i}$  para atendimento de requerimentos mínimos ideais para operação de certas atividades ou definir uma regra de operação, procura-se maximizar o volume abaixo do volume meta,  $S2_i(t)$  ou minimizar o volume acima do volume meta,  $S3_i(t)$ , pela seguinte equação:

$$S_i(t) - S3_i(t) + S2_i(t) = S_{meta_i} \quad (28)$$

Tendo, como restrições, as seguintes equações de desigualdades:

$$0 \leq S2_i(t) \leq S_{meta_i} \quad (29)$$

$$0 \leq S3_i(t) \leq S_{max_i} - S_{meta_i} \quad (30)$$

### Outros componentes do sistema

O nó de passagem é também um componente do sistema que permite a conexão de outros dois ou mais componentes (reservatório, links, etc.). Nele simplesmente é realizado o balanço hídrico.

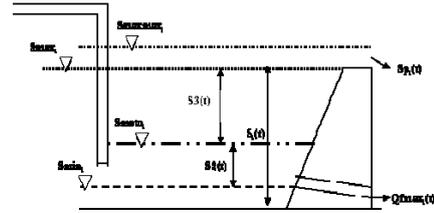


Figura 06 - Esquema do volume meta  $S_{meta_i}$ , o volume abaixo do meta  $S2_i(t)$  e o volume acima do meta  $S3_i(t)$  em um reservatório  $i$ .

### Nó c a jusante do reservatório i

Para esse tipo de nó, o balanço hídrico ocorre com a chegada das vazões provenientes do vertimento e da descarga de fundo de um reservatório  $i$ , que resulta nas vazões de saída, para um nó  $c$ ,  $Re_c(t)$  e  $Sd_c(t)$ , que pode ser representado por:

$$Q_{f_i}(t) + Sp_i(t) = Re_c(t) + Sd_c(t) \quad (31)$$

tendo as seguintes restrições de desigualdade:

$$0 \leq Sd_c(t) \leq Sd_{max_c} \quad (32)$$

$$0 \leq Re_c(t) \leq Demax_c \quad (33)$$

onde  $Re_c(t)$  é vazão ecológica (vazão da descarga de fundo mais vazão vertida) a ser mantida no leito do rio, no instante  $t$ , no nó de passagem considerado;  $Sd_c(t)$  é a vazão residual, no instante  $t$ , no nó de passagem considerado;  $Sd_{max_c}$  é o limite máximo da vazão residual  $Sd_c(t)$ ;  $Demax_c$  é o limite máximo da retirada da vazão ecológica  $Re_c(t)$ .

### Nó a jusante do reservatório i e a jusante do nó c

Para este tipo de nó segue o mesmo princípio do balanço hídrico, mas as vazões de entrada agora são  $Re_c(t)$  e  $Sd_c(t)$  e as vazões de saída são  $Rn_c(t)$  e  $Sdj_c(t)$ , obtendo-se:

$$Re_c(t) + Sd_c(t) = Rn_c(t) + Sdj_c(t) \quad (34)$$

para as seguintes restrições de desigualdade:

$$0 \leq Sdj_c(t) \leq Sdj_{max_c} \quad (35)$$

$$0 \leq Rn_c(t) \leq Dn_{max_c} \quad (36)$$

onde  $Rn_c(t)$  é a retirada de água para um determinado uso no instante  $t$ , no nó de passagem  $c$ ;  $Sdj_c$  é a vazão residual na saída, no instante  $t$ , no nó de passagem  $c$ ;  $Sdjmax_c$  é o limite máximo da vazão residual  $Sdj_c(t)$ ;  $Dnmax_c$  é o limite máximo da retirada  $Rn_c(t)$ .

#### Nó $c$ para tomada d' água na lateral do reservatório $i$

Para este tipo de nó  $c$  se faz a distribuição da vazão retirada por tomada d' água no reservatório  $i$ , que é calculado pela equação 37 abaixo.

$$R_{ic}(t) = Ra_{ic}(t) + Rip_{ic}(t) + Ris_{ic}(t) + Rin_{ic}(t) \quad (37)$$

para as seguintes restrições de desigualdade:

$$0 \leq Ra_{ic}(t) \leq Damax_{ic} \quad (38)$$

$$0 \leq Rip_{ic}(t) \leq Dipmax_{ic} \quad (39)$$

$$0 \leq Ris_{ic}(t) \leq Dismax_{ic} \quad (40)$$

$$0 \leq Rin_{ic}(t) \leq Dinmax_{ic} \quad (41)$$

onde  $Ra_{ic}(t)$  é a retirada de água para o abastecimento humano e pecuário, no nó  $c$ , no mês  $t$ ;  $Rip_{ic}(t)$  é a retirada de água para a irrigação para cultura perene, no nó  $c$ , no mês  $t$ ;  $Ris_{ic}(t)$  é a retirada de água para a irrigação para cultura sazonal, no nó  $c$ , no mês  $t$ ;  $Rin_{ic}(t)$  é a retirada de água para a indústria, no nó  $c$ , no mês  $t$ ;  $Damax_{ic}$  é a demanda máxima de abastecimento humano e a pecuária no nó  $c$ ;  $Dinmax_{ic}$  é a demanda máxima da indústria no nó  $c$ ;  $Dipmax_{ic}$  é a demanda máxima para a irrigação de culturas perenes no nó  $c$ ;  $Dismax_{ic}$  Demanda máxima para a irrigação de culturas sazonais no nó  $c$ .

#### Análise de convergência do modelo

O modelo de simulação, implementado no MATLAB, é executado com base em um programa principal chamado de *Simula*, responsável por chamar mês a mês a rotina de programação linear sequencial, onde está inserida toda modelagem matemática descrita anteriormente, apoiando-se em arquivos como *Dados* que contém todos os valores pertinentes ao sistema, e o arquivo *Estima*, que é responsável por estimar as demandas de irrigação máximas de culturas perenes e sazonais em cada mês, além de outros arquivos, onde estão represen-

tadas as matrizes com as equações e inequações do modelo e que entrarão na rotina de otimização linear do MATLAB, chamada de *Linprog*. A impressão dos resultados também está inserida no arquivo *Simula*.

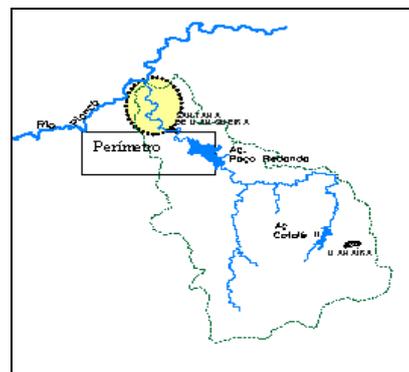
Como o modelo entra num processo iterativo, a convergência é analisada, através dos valores calculados para a função objetivo em cada iteração. Para se obter uma boa precisão numérica o seguinte erro relativo é analisado:

$$\text{errofo} = \left| \frac{FO_t - FO_{t-1}}{FO_t} \right| \leq \text{Tolerância} \quad (42)$$

Deve respeitar uma tolerância numérica especificada de 0,00001, valor adotado neste trabalho em todo o processo de simulação.

## SISTEMA ANALISADO

A área de estudo é a sub-bacia do riacho Santana, afluente do rio Piancó, localizado no Sudoeste do Estado da Paraíba entre as latitudes 7°30' e 7°51' Sul e as longitudes 38°7' e 38° 22' Oeste (Figura 07). A sub-bacia apresenta dois reservatórios em série, denominados Catolé II e Poço Redondo e um perímetro irrigado, sendo estes dois últimos não estão operação. As principais aglomerações urbanas são as cidades de Manaíra e Santana de Mangueira.



**Figura 07 – Sistema estudado**  
 (Fonte: PDRH/PB, SCIENTEC, 1997).

A referida sub-bacia apresenta aspectos climáticos, segundo a classificação de Köppen, como do tipo Awig, na região das cabeceiras, próximo ao município de Triunfo, enquanto as demais partes da bacia são classificadas como BSwH'. A temperatura

média anual é superior a 24 °C e as temperaturas mais elevadas ocorrem nos meses mais secos: outubro a janeiro e, as menos elevadas entre abril e julho. A umidade relativa do ar média anual é em torno de 64% a 72%. A insolação diária durante alcança uma média de 7,3 horas a 8,7 horas e a evaporação total anual é aproximadamente de 3.000 mm. Os solos predominantes encontrados na sub-bacia do riacho Santana são em ordem de abrangência (SCIENTEC, 1997): Litossolos Eutróficos, Podzólicos Vermelho, Amarelo Eutróficos e Cambissolos Eutróficos, Latossólico. Tem-se que grande parte dos solos da sub-bacia do riacho de Santana está inserida na Classe B, apenas nas cabeceiras e na região próxima ao município de Manaíra que se encontram solos do tipo Classe A. A vegetação natural é do tipo xerófito, pertencente ao bioma caatinga. O processo de degradação da vegetação na bacia está bastante acentuado. A área de antropismo já ocupa mais da metade das terras da bacia, causando um elevado grau de degradação, contribuindo para o processo de aridez mais acentuado na região.

## DADOS DO SISTEMA

### Precipitação

Os dados pluviométricos mensais utilizados na simulação para cada reservatório e o perímetro irrigado Poço Redondo foram obtidos do posto pluviométrico mais próximo do subsistema conforme mostrado na Tabela 01.

**Tabela 01 – Reservatórios e postos pluviométricos utilizados nas simulações.**

|                    | Posto Utilizado |         |
|--------------------|-----------------|---------|
|                    | Nome            | Código  |
| Ac. Catolé II      | Manaíra         | 3853467 |
| Ac. Poço Redondo   | Manaíra         | 3853467 |
| Perímetro Irrigado |                 |         |

Fonte: SUDENE (1990)

### Evaporação

Os dados de evaporação nos reservatórios e no perímetro irrigado foram obtidos a partir de dados observados do tanque “Classe A” para o posto de Climatológico de Coremas. Os valores mensais do coeficiente de tanque *kt* foram estimados por Oliveira *et al.* (2005) para a região do sertão paraibano (mais precisamente na cidade de Patos). Assim os

dados de evaporação média mensal e do coeficiente *kt* para os reservatórios e o perímetro irrigado estudados, podem ser observados na Tabela 02.

**Tabela 02 – Dados de evaporação média mensal do Tanque Classe A.**

| Evaporação média mensal (mm) |      |      |      |      |      |      |
|------------------------------|------|------|------|------|------|------|
| Posto                        | Jan  | Fev  | Mar  | Abr  | Mai  | Jun  |
| Coremas <sup>1</sup>         | 272  | 215  | 204  | 182  | 183  | 182  |
| <i>kt</i> <sup>2</sup>       | 0,77 | 0,79 | 0,78 | 0,92 | 0,93 | 0,91 |
| Posto                        | Jul  | Ago  | Set  | Out  | Nov  | Dez  |
| Coremas <sup>1</sup>         | 220  | 272  | 300  | 333  | 319  | 311  |
| <i>kt</i> <sup>2</sup>       | 0,80 | 0,81 | 0,77 | 0,78 | 0,76 | 0,76 |

Fonte: <sup>1</sup>PDRH/PB (SCIENTEC, 1997) e <sup>2</sup>Oliveira *et al.* (2005)

### Vazões afluentes

Os dados de vazões afluentes aos reservatórios foram obtidos do Banco de Dados da antiga Secretaria Extraordinária de Recursos Hídricos do Estado da Paraíba – SEMARH (atual AESSA/SECTMA). A série pseudo-histórica de vazões foi gerada pelo o modelo hidrológico *chuva x vazão* MODHAC (Modelo Hidrológico Auto Calibrável), para uma série de precipitação média diária de 57 anos, optando-se por uma abordagem determinística conceitual através da utilização do referido modelo, versão aperfeiçoada do MOHTSAR – Modelo Hidrológico para o Trópico do semi-árido (Lanna e Marwell, 1986 *apud* Lima, 2007), que se aplica, não só às bacias de regime semi-árido do Nordeste do Brasil, como também, àquelas de clima temperado úmido. O modelo foi calibrado utilizando-se duas sub-séries 1964/85 e 1975/85 e validada para a série de 1985/89, do posto fluviométrico de Piancó (37360000), onde foram geradas as séries de deflúvios médios mensais a partir de dados de precipitação totais diários, com extensão de 57 anos (1933 a 1989).

### Curvas dos reservatórios

Os dados das curvas *cota-área-volume* foram obtidos do Cadastro de Açude do Plano Diretor de Recursos Hídricos da Bacia do Alto Piranhas e Piancó do Estado da Paraíba (SCIENTEC, 1997). Na Tabela 03 estão listados os reservatórios do subsistema, com os seus volumes máximos e mínimos, e sua classificação segundo a Lei estadual nº 6.344/97 do Estado da Paraíba.

**Tabela 03 – Dados dos reservatórios estudados.**

| Açudes     | Volumes (hm <sup>3</sup> ) |                     | Classificação<br>Lei 6.344/97 |
|------------|----------------------------|---------------------|-------------------------------|
|            | Maximo <sup>1</sup>        | Mínimo <sup>1</sup> |                               |
| Catolé II  | 10,50                      | 0,4408              | Médio                         |
| P. Redondo | 62,75                      | 5,6031              | Médio                         |

Fonte: <sup>1</sup>PDRH/PB (SCIENTEC, 1997)

#### Descarregadores de fundo dos reservatórios

Os dados necessários para a determinação das vazões descarregadas pelos reservatórios são mostrados na Tabela 04. Esses dados são necessários para determinar a vazão descarregada máxima a cada instante de tempo  $t$ , e será associado à cota dos reservatórios respectivamente, por sinal é uma outra inovação desse novo modelo de simulação utilizado.

**Tabela 04 – Dados físicos dos descarregadores de fundo dos reservatórios.**

| Açudes       | Coefficiente de vazão (Cv) <sup>1</sup> | Diâmetro do tubo (mm) | Cota da geratriz inferior (m) |
|--------------|---|-----------------------|-------------------------------|
| Catolé II    | 0,6                                     | 200                   | 127                           |
| Poço Redondo | 0,6                                     | 500                   | 88                            |

Fonte: <sup>1</sup>Guia Prático para projetos de pequenas obras hidráulica - DAEE/SP (2006)

#### Vertedouros dos reservatórios

**Tabela 05 – Dados das características físicas dos vertedouros dos reservatórios.**

| Açudes       | Coefficiente de vazão (Cv) <sup>1</sup> | Largura do vertedouro | Cota da Soleira Inferior (m) |
|--------------|---|-----------------------|------------------------------|
| Catolé II    | 0,350                                   | 100                   | 141,5                        |
| Poço Redondo | 0,350                                   | 150                   | 107                          |

Fonte: <sup>1</sup>Guia Prático para projetos de pequenas obras hidráulica - DAEE/SP (2006)

As vazões mensais extravasadas pelo vertedouro são determinadas levando em consideração a cota do nível d'água e a cota de soleira dos vertedouros dos reservatórios e são obtidas pelo balanço hídrico feitos nos reservatórios. Com estes dados

pode-se estabelecer a relação dos vertimentos máximos dos reservatórios, conforme mostrado na Tabela 05.

#### Demandas hídricas de Abastecimento

O reservatório Catolé II está comprometido com o abastecimento urbano e rural da cidade de Manaíra, com uma população aproximadamente de 13.879 habitantes de acordo com o censo de 2000 do IBGE. Com relação à pecuária, de acordo com o documento de Pesquisa da Pecuária Municipal da Fundação IBGE, relativos aos anos 1974 a 1994, o número de cabeças é em torno de 7463 entre bovinos, suínos, ovinos, caprinos e eqüinos.

Segundo as mesmas fontes, o reservatório Poço Redondo abastece a cidade de Santana de Mangueira, que possui uma população urbana e rural de aproximadamente 6.068 habitantes. Com relação à pecuária, a região possui em torno de 5.026 cabeças dentre os animais já citados.

#### Demandas hídricas de Irrigação

O sistema em estudo, possui um projeto de irrigação, da iniciativa privada, vinculado ao reservatório Catolé II, com uma área de 29,2 ha e um projeto público de irrigação a ser implantado, que é o perímetro de Poço Redondo, com uma área projetada de 500 ha, que será atendido pelo reservatório Poço Redondo. Portanto, neste trabalho, a demanda máxima de irrigação mensal para culturas perenes e sazonais, foram estimadas a partir do modelo de simulação proposto por Vieira et. al. (2007).

#### Definição do cenário

Com o intuito de se obter uma melhor compreensão e avaliação do potencial de uso da disponibilidade hídrica do subsistema, foi estabelecido um cenário de demanda de uso d'água projetada para o ano de 2013, quando mantido a mesma situação climática e operacional dos reservatórios e os mesmos níveis de prioridades.

Os dados das demandas máximas mensais de abastecimento humano e da pecuária e da irrigação dos perímetros estão apresentados nas Tabelas 06 e 07. Com relação à área a ser irrigada para cada reservatório, foram consideradas duas situações:

- para o reservatório Catolé II foi utilizada uma área de 29,2 ha, que foi dividida igualmente entre as culturas, e

- para o reservatório Poço Redondo foram utilizadas áreas ótimas para cada cultura, obtidas pelo modelo de otimização proposto por Santos (2007), que teve como objetivos maximizar a receita líquida e a mão-de-obra oriunda da agricultura irrigada e atender os requerimentos de vazão para o abastecimento e vazão ecológica (vazão vertida mais a vazão de descarga de fundo), assim como maximizar o volume que está abaixo da cota meta. Para calcular a área ótima por cultura, foram considerados os critérios referentes ao abastecimento, a receita líquida e a mão-de-obra, onde se atribuiu o maior peso para o abastecimento e peso iguais para os outros critérios.

Tabela 06 – Cenário com as demandas máximas.

| Reservatórios | Demanda máxima de abastecimento humano e a pecuária (l/s) |
|---------------|---|
| Catolé II     | 19,12   |
| Poço Redondo  | 9,31  |

Tabela 07 – Áreas ótimas por cultura.

| Culturas      | Reservatório Catolé II | Reservatório Poço Redondo |
|---------------|------------------------|---------------------------|
|               | Áreas ótimas (ha)      |                           |
| Manga         | 3,65                   | 50                        |
| Goiaba        | 3,65                   | 50                        |
| Coco          | 3,65                   | 50                        |
| Mamão         | 3,65                   | 50                        |
| Limão         | 3,65                   | 50                        |
| Melancia (s)  | 3,65                   | 50                        |
| Melancia (es) | 3,65                   | 50                        |
| Melão (s)     | 3,65                   | 50                        |
| Melão (s)     | 3,65                   | 50                        |
| Tomate (s)    | 3,65                   | 50                        |
| Tomate (es)   | 3,65                   | 50                        |

s - safra; es - entressafra.

### Operação dos reservatórios

Os volumes iniciais utilizados na simulação dos dois reservatórios em estudo foram calculados como sendo 60% do volume máximo. O horizonte

da simulação foi considerado 360 meses (30 anos). Com relação aos volumes metas, estes foram considerados como sendo 25% do volume máximo, com finalidade de manter a água armazenada nos reservatórios para prevenções quanto a períodos de longa estiagem, como pode ser observado na Tabela 08.

Tabela 08 – Dados dos volumes iniciais e metas dos reservatórios.

| Reservatórios | Volume inicial (m <sup>3</sup> ) | Volume meta (m <sup>3</sup> ) |
|---------------|----------------------------------|-------------------------------|
| Catolé II     | 6.300.000,00                     | 1.575.000,00                  |
| Poço Redondo  | 62.751.154,00                    | 15.687.788,5                  |

### Considerações do modelo de simulação utilizado

Para utilizar o novo modelo de simulação é necessário fazer algumas considerações como a identificação das variáveis de decisão e atribuição dos níveis de prioridade de cada objetivo.

Na Figura 08 estão mostradas as variáveis de vazões de entrada e saída de cada componente do sistema que serão disponibilizadas pelo modelo de simulação para serem utilizadas em sua análise, contemplando os possíveis usos em um sistema de recursos hídricos.

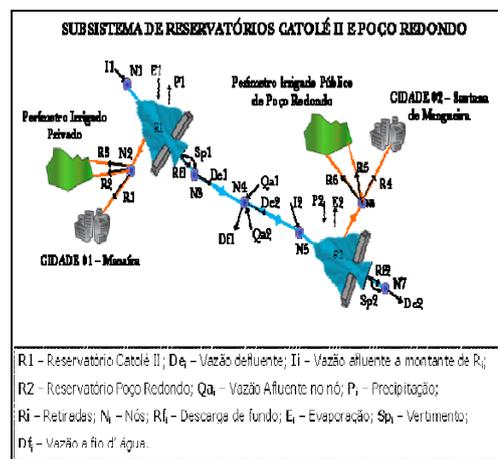


Figura 08 – Layout do sistema com as possíveis variáveis de decisão do modelo.

As Tabelas 09 e 10 mostram os valores das prioridades adotadas no modelo de simulação para o sistema em estudo. Os coeficientes das demais

variáveis de decisão do modelo são assumidos ser zero.

**Tabela 09 – Prioridades na função-objetivo**

| Reservatório Catolé II |                         |  |
|------------------------|-------------------------|--|
| Variável de decisão    | Valores das prioridades | Descrição                                    |
| VC1                    | 1                       | Volume mínimo                                |
| VC2                    | $10e^2$                 | Volume abaixo do volume meta                 |
| VC3                    | 0                       | Volume acima do volume meta                  |
| SP1                    | $10e^5$                 | Volume vertido                               |
| Ra1                    | $5e^4$                  | Retirada para abastecimento                  |
| Rp1                    | $2e^4$                  | Retirada para irrigação de culturas perenes  |
| Rs1                    | $1e^4$                  | Retirada para irrigação de culturas sazonais |
| Rf1                    | 0                       | Retirada por descarga de fundo               |
| Sd1                    | 0                       | Vazão residual                               |

**Tabela 10 – Prioridades na função-objetivo**

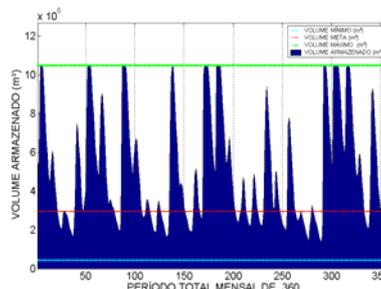
| Reservatório Poço Redondo |                         |  |
|---------------------------|-------------------------|--|
| Variável de decisão       | Valores das prioridades | Descrição                                    |
| VP1                       | 1                       | Volume mínimo                                |
| VP2                       | $10e^2$                 | Volume abaixo do volume meta                 |
| VP3                       | 0                       | Volume acima do volume meta                  |
| SP2                       | $10e^5$                 | Volume vertido                               |
| Ra2                       | $5e^4$                  | Retirada para abastecimento                  |
| Rp2                       | $2e^4$                  | Retirada para irrigação de culturas perenes  |
| Rs2                       | $1e^4$                  | Retirada para irrigação de culturas sazonais |
| Rf2                       | 0                       | Retirada por descarga de fundo               |
| Sd2                       | 0                       | Vazão residual                               |

## RESULTADOS E DISCUSSÕES

A seguir tem-se a seguinte análise dos resultados obtidos para o sistema de reservatórios Catolé II e Poço Redondo com o novo modelo de simulação, de forma integrada, para um período de 360 meses.

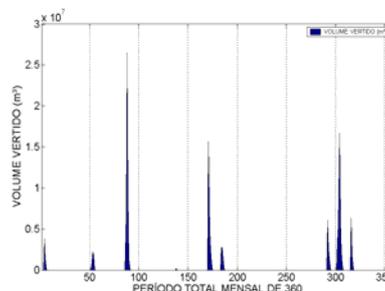
### Reservatório Catolé II

Com o volume inicial de 60% do volume máximo e volume meta igual a 25% do volume máximo, pode observar que a restrição de manter o volume mínimo foi respeitada em todos os meses, conforme mostrado na Figura 09. O motivo é que, em determinados meses da série de dados, houve a ocorrência de severas secas, com pequenas vazões afluentes, dando assim prioridade no atendimento das demandas.



**Figura 09 – Comportamento do armazenamento do açude Catolé II.**

Houve, também, alguns meses chuvosos, ou seja, as chegadas de grandes vazões afluentes, e provocaram perdas de água por vertimento, mesmo tendo que minimizar esse objetivo, como pode ser visto na Figura 10.



**Figura 10 – Comportamento do volume vertido do açude Catolé II.**

A descarga de fundo do reservatório Catolé II, apesar de não ter sido levada em consideração na função objetivo, se comportou adequadamente, atendendo as restrições estabelecidas, em associar a altura hidráulica disponível para liberar a descarga máxima pelo descarregador de fundo em cada mês. A Figura 11 mostra o comportamento das retiradas feitas através da descarga de fundo em cada mês  $t$ .

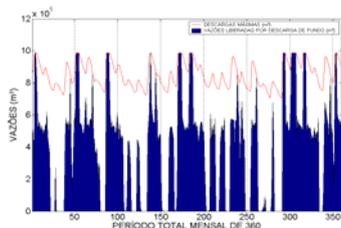


Figura 11 – Retiradas d’água pela descarga de fundo no açude Catolé II.

Com relação às retiradas d’água para o abastecimento humano e a pecuária, as demandas foram todas satisfeitas, isso ocorreu devido a operação integrada estabelecida, conforme mostrado na Figura 12.

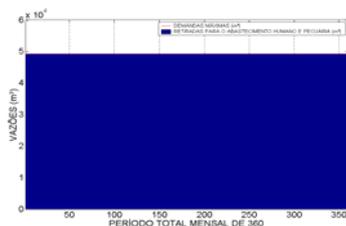


Figura 12 – Retiradas d’água para o abastecimento no açude Catolé II.

As retiradas para irrigação de culturas perenes e sazonais no perímetro privado foram todas atendidas, conforme mostram as Figuras 13 e 14, respectivamente.

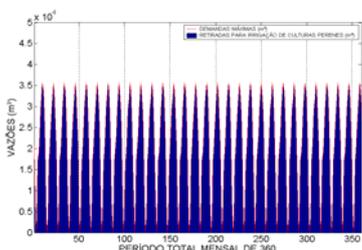


Figura 13 – Retiradas d’água para irrigação das culturas perenes no açude Catolé II.

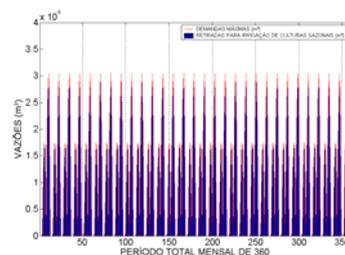


Figura 14 – Retiradas d’água para irrigação das culturas sazonais no açude Catolé II.

A Tabela 11 abaixo apresenta os indicadores de desempenho para o atendimento às demandas do reservatório Catolé II, segundo os resultados obtidos pelo o modelo de simulação. O açude de Catolé II teve um desempenho ideal com relação à alocação de água para as demandas de abastecimento e irrigação.

Tabela 11 – Indicadores de desempenho das demandas do reservatório Catolé II.

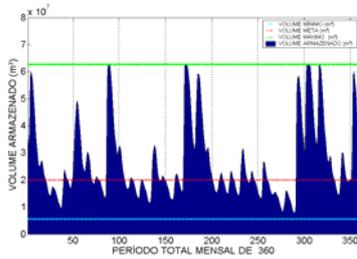
| Culturas                                      | RA  | RICP | RICS |
|---|-----|------|------|
| Nº de falhas                                  | 0   | 0    | 0    |
| Nº de vezes que entrou numa falha e recuperou | 0   | 0    | 0    |
| Confiabilidade (%)                            | 100 | 100  | 100  |
| Vulnerabilidade (%)                           | 0   | 0    | 0    |
| Resiliência (%)                               | 100 | 100  | 100  |
| Sustentabilidade (%)                          | 100 | 100  | 100  |

RA – Retirada de Abastecimento; RICP – Retirada para Irrigação de Culturas Perenes; e RICS – Retirada para Irrigação de Culturas Sazonais.

### Reservatório Poço Redondo

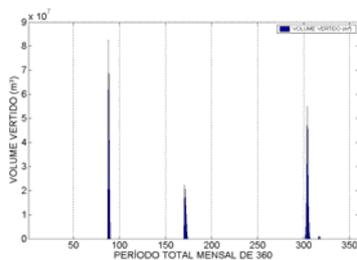
A Tabela 12 e as Figuras 15 a 20 apresentam os resultados relativo à operação do reservatório Poço Redondo. Com um volume inicial igual a 60% do volume máximo, o comportamento do volume armazenado do açude de Poço Redondo apresentou uma variabilidade considerável, conforme pode ser observado na Figura 15, indicando um bom uso das suas disponibilidades hídricas. Igualmente ao reservatório Catolé II, a restrição de volume mínimo não foi violada. Com relação ao volume meta, que representa 25% do volume máximo para ser usado numa

possível seca, este requerimento não foi atendido durante alguns meses do período simulado.



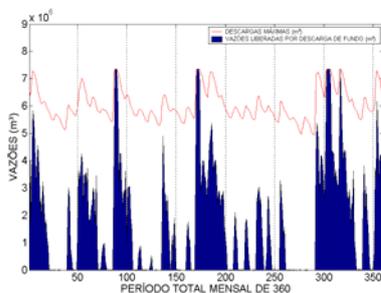
**Figura 15 – Comportamento do armazenamento do açude Poço Redondo.**

A Figura 16 mostra que ocorreram poucas perdas por vertimento indicando uma utilização eficiente das disponibilidades hídricas armazenadas.



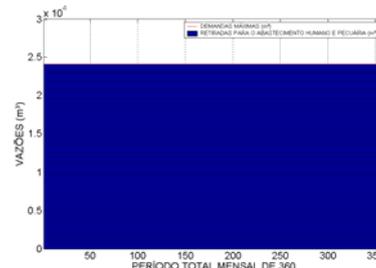
**Figura 16 – Comportamento do volume vertido do açude Poço Redondo.**

Os requerimentos de retiradas d'água pela descarga de fundo só foram atendidas quando o modelo conseguiu alocar as demandas requeridas pela tomada d'água (de maior prioridade) e do volume meta. Também neste caso todas as restrições de associar altura hidráulica a retirada máxima por descarga de fundo foram satisfeitas, como pode ser observado na Figura 17.



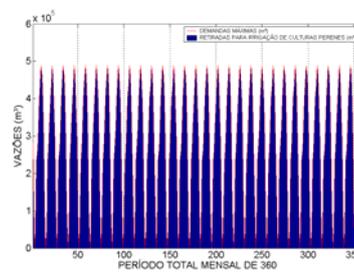
**Figura 17 – Retiradas d'água pela descarga de fundo no açude Poço Redondo.**

As retiradas para o abastecimento humano e a pecuária foram todas atendidas, até nos meses onde ocorreram severas secas. Isso ocorreu devido ao pequeno requerimento hídrico desta demanda e a sua prioridade máxima de atendimento. A Figura 18 mostra a alocação feita para o abastecimento durante o período simulado.

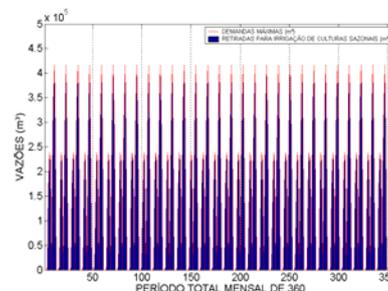


**Figura 18 – Retiradas d'água para o abastecimento no açude Catolé II.**

As retiradas d'água para a irrigação de culturas perenes e sazonais foram suficientes, em todos os meses, para atender os seus requerimentos, não entrando em nenhum momento em processo de falha, mesmo nos meses onde o reservatório recebeu pequenas vazões afluentes, como mostram as Figura 19 e 20.



**Figura 19 – Retiradas d'água para irrigação das culturas perenes no açude Poço Redondo.**



**Figura 20 – Retiradas d'água para irrigação das culturas sazonais no açude Poço Redondo.**

A Tabela 12 mostra que o atendimento às demandas para o abastecimento humano e a pecuária, e irrigação de culturas perenes e culturas sazonais foram completamente satisfeitos (100%), ou seja, não houve falhas em nenhum setor, gerando um índice de sustentabilidade excelente.

**Tabela 12 – Indicadores de desempenho das demandas do reservatório Poço Redondo.**

| Culturas                                      | RA  | RICP | RICS |
|---|-----|------|------|
| Nº de falhas                                  | 0   | 0    | 0    |
| Nº de vezes que entrou numa falha e recuperou | 0   | 0    | 0    |
| Confiabilidade (%)                            | 100 | 100  | 100  |
| Vulnerabilidade (%)                           | 0   | 0    | 0    |
| Resiliência (%)                               | 100 | 100  | 100  |
| Sustentabilidade (%)                          | 100 | 100  | 100  |

RA – Retirada de Abastecimento; RICP – Retirada para Irrigação de Culturas Perenes; e RICS – Retirada para Irrigação de Culturas Sazonais.

**Análise da integração dos reservatórios Catolé II e Poço Redondo**

Verificando a integração do subsistema, observou-se uma diminuição do requerimento hídricos dos setores de demanda no reservatório de Catolé II e houve uma contribuição maior de água para o reservatório de Poço Redondo, a fim de atender as demandas de ambos os reservatórios, na ordem decrescente de prioridades. O reservatório Poço Redondo atendeu todas as demandas e suas descargas ocorreram no sentido a evitar vertimentos e para atender a vazão defluente.

**CONCLUSÕES**

Foi observado neste estudo, que existem inúmeros modelos de simulação disponíveis e desenvolvidos na literatura, seja baseado em técnicas de rede de fluxo ou não. Também é notório que todos modelos apresentam algumas simplificações, que poderão comprometer a tomada de decisão em maior ou menor grau, dependendo do grau de simplificação dos modelos, da disponibilidade de dados confiáveis e da precisão requerida nos resultados.

As limitações nos modelos vão desde a representação do sistema, na técnica de programação matemática utilizada, no tratamento simplificado das não-linearidades dos processos hidroclimatológico, até a falta de inclusão de algum componente do reservatório. Dentro deste contexto, o novo modelo de simulação apresentado foi desenvolvido, para tentar preencher essas lacunas, incorporando técnicas de análise de sistema consagradas e utilizando técnica de programação linear que sempre foi um caminho para encontrar uma solução ótima global.

De acordo com análise sistêmica, os resultados obtidos, foi observado que todas as demandas foram satisfeitas, já que não entraram em nenhum momento num processo de falha. Também podemos concluir que a construção do reservatório Poço Redondo seria viável no sentido a aumentar a disponibilidade hídrica da região. Com relação ao novo modelo de simulação, este se mostrou eficaz por apresentar um tempo de processamento de 2,5 minutos e preciso por apresentar um erro numérico relativo de 10<sup>-6</sup>, que é considerado relativamente baixo.

Acredita-se que este modelo de simulação permitirá a adoção de critérios de alocação de água menos intuitivas, mais racionais e mais eficientes, segundo uma ótica de prioridades de atendimento.

**REFERÊNCIAS**

AZEVEDO, L. G. T.; PORTO, R. L. L.; PORTO, M. (1998). *Sistema de Apoio à Decisão para o Gerenciamento Integrado de Quantidade e Qualidade da água: Metodologia e Estudo de Caso*. Revista Brasileira de Recursos Hídricos, v.3, n. 1, p. 21-51. Jan/Mar.

BARBOSA, P. S. F. (2002) *Técnicas quantitativas para o gerenciamento de recursos hídricos – 2ª Ed.* – Porto Alegre. Editora da UFRGS-ABRH.

CARRON, J.; ZAGONA, E.; FULP, T.; *Uncertainty Modeling in Riverware*, Accepted for publication by the ASCE Journal of Irrigation & Drainage Engineering, (2004).

CELESTE, A. B.; *Determinação e Análise de Indicadores de Desempenho e de Sustentabilidade de Seis Açudes na Bacia do Rio Piancó-PB e de Suas Potenciais Demandas*. Campina Grande: UFCG – Pós-graduação em Engenharia Civil e Ambiental. 118p. Dissertação de Mestrado. (2006).

CURI, R. C.; CURI, W. F.; OLIVEIRA, M. B. A. (2005). *Análise de Alterações na Receita Líquida de um Perímetro Irrigado no Semi-árido sob Condições de Variações*

- Hídricas e Econômicas*. Revista Brasileira de Recursos Hídricos. Vol. 9, n. 3, p. 39-53.
- DIAZ, G. E., BROWN, T. C., SVEINSSON, O.; AQUARIUS: A Modeling System for River Basin Water Allocation, USDA Forest Service, General Technical Report RM-GTR-299- revised, found at <http://www.fs.fed.us/rm/value/aquariusdwnld.html>, (2002).
- DAEE – Departamento de águas e energia elétrica do Estado de São Paulo; Guia prático para projetos de pequenas obras hidráulicas, (2006), 2º edição.
- DOORENBOS, J. e KASSAM, A. H. (2000). Tradução de H. R. Gheyi, A. A. de Sousa, F. A. V. Damasceno, J. F. de Medeiros. *Efeito da Água no Rendimento das Culturas*. Estudos FAO: Irrigação e Drenagem, v. 33, UFPB, Campina Grande.
- FABER, B. A.; HAROU, J. J.; Multi-objective Optimization of Reservoir Systems Using HEC-Res and PRM; World Environmental and Water Resources Congress 2007; America Society of Civil Engineer; pp. 1-14 (2007).
- FEDRA, K., KUBAT, M., AND ZUVELA-ALOISE, M.; Water resources management: economic valuation and participatory multi-criteria optimization. Proceedings of the Second IASTED International Conference Water Resources Management August 20-22, (2007).
- HASHIMOTO, T.; STEDINGER, J. R.; LOUCKS, D. P. (1982). *Reliability, resiliency, and vulnerability criteria for water resource system performance evaluation*. Water Resources Research, 18(1), pp. 14-20.
- JHA, M. K. AND DAS GUPTA, A.; "Application of Mike Basin for water management strategies in a watershed." Water International, 28(1), 27 - 35. (2003).
- LABADIE, J. W. (2004). *Optimal operation of multireservoir systems: state-of-the-art review*. Journal of Water Resources Planning and Management, vol 130(2), p. 93-111.
- LOUCKS, D. P. (2000). *Sustainable water resources management*. Water International Resource Association, v. 25, n. 1 p. 3-10, mar.
- PORTO, R. L. L., AZEVEDO, L. G. T. (1997) *Sistemas de suporte a decisões aplicadas a problemas de recursos hídricos*. In: Técnicas quantitativas para o gerenciamento de recursos hídricos. Editora da Universidade / UFRGS – ABRH. Porto Alegre. p. 43 - 95.
- ROBERTO, A. N. (2002). *Modelos de Rede de Fluxo Para Alocação da Água Entre Múltiplos Usos em uma Bacia Hidrográfica*. Dissertação de Mestrado, 116 p., Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo - SP.
- SANTOS, V. S. (2007). Um modelo de otimização multiobjetivo para análise de sistemas de recursos hídricos. Campina Grande: UFPB – Curso de Pós-graduação em Engenharia Civil, Área de Concentração: Recursos Hídricos, Dissertação de Mestrado.
- SMITH, T.; CALSIM Water Quality Operating Rules to Meet Delta Wetlands Water Quality Management Plan; Methodology for Flow and Salinity Estimates in the Sacramento-San Joaquin Delta and Suisun Marsh; Chapter 8; 23rd Annual Progress Report (2002).
- SCIENTEC (1997), Associação para o desenvolvimento da Ciência e Tecnologia. Plano Diretor de Recursos Hídricos da Paraíba: Bacia do Piancó e do Alto Piranhas. SEPLAN.
- SIMONOVIC, S. P. (1992) Reservoir system analysis: closing gap between theory and practice. Journal of Water Resources Planning and Management, New York. Vol. 118, nº.3, pp. 262 – 280.
- SUDENE (1990). Dados Pluviométricos Mensais do Nordeste – Estado da Paraíba. Série pluviométrica 5. Recife-PE, Brasil.

***Simulation Model, Based on Sequential Linear Programming with Linearization Artifices for Water Resources Systems. Part 1 and Part 2: Model and Application***

**ABSTRACT**

*The use of mathematical models in water resources systems analysis has been widely discussed in the literature since the mid-20<sup>th</sup> century. Nevertheless, all of them present simplifications related to their components' space-time representation or non linear process approximations. Although the existing monthly based superficial water systems simulation models are very versatile, they do not incorporate certain complexities due to the mathematical limitation of their algorithms. Those simplifications might compromise a decision making process, depending upon its requirements. Therefore, a simulation model, whose main characteristics are the inclusion of non-linearities of the main hydraulic and operational processes, has been developed. Its objective function maximizes the fulfillment of water demands requirements for each month, according to decision makers' priority criteria. The operational and hydraulic limitations were included through the inclusion of linear (water balance; minimum, maximum and target volumes; component capacity; etc.) and nonlinear (maximum spilled volumes, maximum discharged volumes, reservoir water surface, etc.) constraints. Nonlinear constraints were represented by line segments, using linearization artifices, and solved by sequential linear programming until some required convergence was achieved. Model applicability and performance verification was done by studying part of the Rio Piancó river basin system, which includes the Catolé II*

*and Poço Redondo reservoirs. The results have shown that all constraints were satisfied and the fulfillment of water demand requirements was 100% assured. The computer processing time to achieve the required convergence criterion was relatively small*

**Key-words:** *simulation, water resources, linear programming, linearization.*